UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle

Alma Máter del Magisterio Nacional

FACULTAD DE CIENCIAS

Escuela Profesional de Ciencias Naturales

MONOGRAFÍA

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

1.- Trabajo mecánico con fuerza constante y variable.

2.- Trabajo y energía mecánica en tres dimensiones.

3.- Energía potencial y energía cinética. Ejemplos de Transformación de la energía potencial en energía cinética y viceversa.

4.- Energía potencial elástica.

5.- Potencia. Eficiencia mecánica.

6.- Ley de la Conservación de la energía mecánica.

7.- Fuerzas conservativas y energía potencial en tres dimensiones. La energía potencial de un sistema de partículas.

8.- Velocidad de escape y energía de enlace. Energía de un satélite en órbita.

9.- Experimento sobre la ley de la conservación de la energía mecánica, grabarlo en un video donde interviene Ud.

Examen de Suficiencia Profesional Res. N° 0741-2018-D-FAC

Presentada por:

Johner NAVARRO PÉREZ

Para optar al Título Profesional de Licenciado en Educación

Especialidad: A.P. Física - A.S. Matemática

Lima, Perú

2018

MONOGRAFÍA

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

1.- Trabajo mecánico con fuerza constante y variable.

2.- Trabajo y energía mecánica en tres dimensiones.

3.- Energía potencial y energía cinética. Ejemplos de Transformación de la energía potencial en energía cinética y viceversa.

4.- Energía potencial elástica.

5.- Potencia. Eficiencia mecánica.

6.- Ley de la Conservación de la energía mecánica.

7.- Fuerzas conservativas y energía potencial en tres dimensiones. La energía potencial de un sistema de partículas.

8.- Velocidad de escape y energía de enlace. Energía de un satélite en órbita.

9.- Experimento sobre la ley de la conservación de la energía mecánica, grabarlo en un video donde interviene Ud.

Designación de Jurado Res. N° 0741-2018-D-FAC

....

Dr. Darío Leoncio VILLAR VALENZUELA

PRESIDENTE

....

Dr. Roberto Fabián MARZANO SOSA

SECRETARIO

....

Lic. Pablo Emilio CUADROS CÁRDENAS

VOCAL

Línea de Investigación: Educación Experimental en Sistemas Bióticos y Abióticos.

Dedicatoria:

A mis padres, abuelos y futura esposa, quienes me incentivaron a seguir adelante en mi vida profesional.

Contenido

Capítulo III

Aplicación didáctica

Índice figuras

Introducción

La presente monografía trata sobre el “trabajo, potencia y energía” que son magnitudes de gran importancia en la ciencia y tecnología. Que está íntimamente relacionadas una con la otra y que nos permitirán comprender, explicar y resolver diversas situaciones y fenómenos.

Como tenemos en conocimiento, el termino trabajo en nuestras vidas diarias, las podemos definir como la acción o actividad que se realiza, pero en la física, este término es muy diferente, ya que el trabajo mecánico la definimos como un agente que ejerce una fuerza para realizar desplazamiento, a su vez cabe señalar que la fuerza ejercida sobre el cuerpo origina alguna interacción, y su efecto es aumentar o disminuir la energía de un sistema de cuerpos. Llamamos sistema a la agrupación conveniente de objetos o cuerpos que se define para cada situación del que puede estudiarse la evolución. La energía es otro de los conceptos generales aplicables tanto al sistema de partículas materiales como la radiación (luz, calor, ondas electromagnéticas) y se relaciona con capacidad de realizar trabajo. Entonces podríamos decir que todo lo que existe en universo es una forma de energía, así como lo demostró Albert Einstein en su ecuación $E = mc^2$en la que c representa la velocidad de la luz en el vacío y m la masa. La energía adopta diversas formas y es relevante su conversión de unas formas a otras. Así como uno de los resultados importantes de la es la ley de la conservación de la energía, que implica que la energía nunca aparece ni desaparece, solo se trasforma en otras formas de energía, conceptos que son generales y que tienen su campo de estudio dentro de la termodinámica, en el que no nos enfocaremos en estudiar en este trabajo, más bien a lo que nos enfocaremos será la conservación de la energía mecánica. En la mecánica encontraremos dos tipos de energía, energía cinética que está asociada al movimiento de los cuerpos materiales y la energía potencial que está asociada a la posición y/o deformación de los cuerpos sometidos a fuerzas. En cuanto a la energía mecánica podemos definir como la suma de ambas. Bajo ciertas condiciones la energía mecánica, de un cuerpo se conserva, y esto nos permitirá resolver situaciones o fenómenos de manera rápida y sencilla. En casos de que la energía mecánica no se conserve, esto significa que se ha transformado en otro tipo de energía (química, eléctrica, térmica, etc.). Del mismo modo la potencia es otro de las magnitudes que estudiaremos dentro de este trabajo, que hace referencia a la tasa de cambio que realiza la energía de un sistema, es decir, el cambio de la energía en el tiempo. Este último concepto es clave y fundamental en las diferentes aplicaciones que se realiza en la industria, como es el caso de los motores que necesitan el suministro de energía para su funcionamiento por un tiempo determinado y que la energía suministrada no será al 100% útil, ya que un porcentaje de la energía se transformará en otras formas.

Otro de los conceptos de suma importancia, para la ciencia astronómica, es la referida a la mínima velocidad que requiere un cohete para salir de la órbita terrestre, nos referimos a la velocidad de escape; así como también abordaremos cual es la energía de un satélite en órbita y cuál es esa energía de enlace que permite que los satélites no sean atraídos por acción de la gravedad.

Podemos decir que el trabajo, potencia y energía son magnitudes escalares que no tienen dirección asociada. Y que sus aplicaciones en ciencia y tecnología son variadas, ya que están relacionas unas con las otras. Entonces el objetivo de este trabajo será conocer cuáles son las definiciones y ecuaciones que nos permitirán resolver cualquier problema o fenómeno asociada a estos términos.

La monografía está dividida en tres capítulos: El capítulo I, desarrolla aspectos sobre el trabajo, potencia y energía; el capítulo II, trata sobre energía cinética y potencial; el capítulo III, se presenta la aplicación didáctica a través de una sesión de aprendizaje. Finalmente, la síntesis, apreciación crítica y sugerencias, referencias y apéndices.

Capítulo I

Trabajo, potencia y energía

1.1. Conceptos básicos y terminología

En los cursos anteriores de la física mecánica, se estudió conceptos claves como son el caso de la posición, velocidad, aceleración y la fuerza; términos con las que ya estamos familiarizados, gracias a nuestras experiencias de la vida diaria. Cabe recordar cada uno de los términos referente a las mencionadas anteriormente, ya que serán necesarias para tocar los puntos en el que nos enfocaremos estudiar en esta investigación. Primero, llamamos posición a la localización en el espacio o en el espacio-tiempo, a quien se representa mediante sistemas de coordenadas. Segundo, llamamos velocidad a la magnitud física vectorial que refleja el espacio recorrido por un cuerpo en una unidad de tiempo (m/s). Tercero, llamamos aceleración (v/t) a la magnitud derivada vectorial que nos indica la variación de velocidad por unidad de tiempo. Y finalmente, la fuerza es una magnitud vectorial que mide la razón de cambio de momento lineal entre dos partículas o sistemas de partículas (kg m/s^2). Estos términos nos facilitaran la rápida comprensión de las definiciones del trabajo, potencia y energía, quienes están relacionadas una con otras.

Es de conocimiento para la ciencia que la energía está presente en el universo de distintas formas (luz, calor, ondas electromagnéticas, etc.) y todo proceso físico que se realice en el universo implica energía y transfería o transformaciones de energía. Es por esto que es de suma importancia conocer el concepto de la energía desde el punto de vista de la física mecánica, donde se define a la energía de una forma muy particular a la que conocemos. De la misma forma el concepto del trabajo está relacionada íntimamente con la energía y la fuerza, ya que para realizar un trabajo es necesario la intervención de la energía y la fuerza aplicada al sistema. Así como también el concepto de la potencia está ligado con los términos del trabajo realizado en un determinado periodo.

Todos estos modelos vistos en los cursos anteriores se fundamentan en el movimiento de una partícula o de un objeto modelado como una partícula. Iniciaremos nuestro trabajo identificando un nuevo modelo de simplificación para un sistema.

1.2. Sistema y medio ambiente

Cuando hacemos mención a un sistema, hacemos referencia a un conjunto de objetos o materiales, entre cuyas partes existe una interrelación. Así como menciona Serway & Jewett (2004) "se trata de un modelo simplificado, en el que centraremos nuestra atención sobre una pequeña región del universo e ignoraremos los detalles acerca del resto del universo exterior al sistema" (p.178). Entonces podemos concluir mencionando que un sistema puede ser un único objeto o partícula, colección de objetos o partículas, una región del espacio que puede ser capaz de variar de tamaño y forma como se observa en el *Figura 1.* Conocer el sistema debe de ser un prerrequisito para abordar los temas de estudio en el campo de la mecánica.

Las fronteras del sistema, que es una superficie imaginaria (que, a menudo, puede coincidir con una superficie física, aunque no necesariamente) dividen el universo entre el sistema, por un lado, y el ambiente del sistema, por otro.

Por ejemplo, imaginemos que se aplica una fuerza a un objeto ubicado en el entorno a un espacio vacío. De estas premisas podemos decir que el objeto es un sistema, y la fuerza que le aplica desde el medio ambiente influye en el sistema a través de la frontera del sistema (Serway & Jewet, 2004).

Figura 1. El sistema y su medio ambiente.

Otro ejemplo muestra el *Figura 2.* En este caso, el sistema se puede definir como la combinación de ladrillos, plataforma que sujeta los ladrillo y la cuerda que sostiene los dos objetos. Las fuerzas que influyen del entorno, son las fuerzas gravitacionales ejercidas sobre los ladrillos y la plataforma, la fuerza normal, rozamiento ejercido sobre los ladrillos y la fuerza de la polea sobre la cuerda. En cambio, las fuerzas que son ejercidos por la cuerda sobre aquellos ladrillos y la plataforma que la sostiene son fuerzas internas al sistema, por el cual no se incluyen como fuerzas que influyen del entorno.

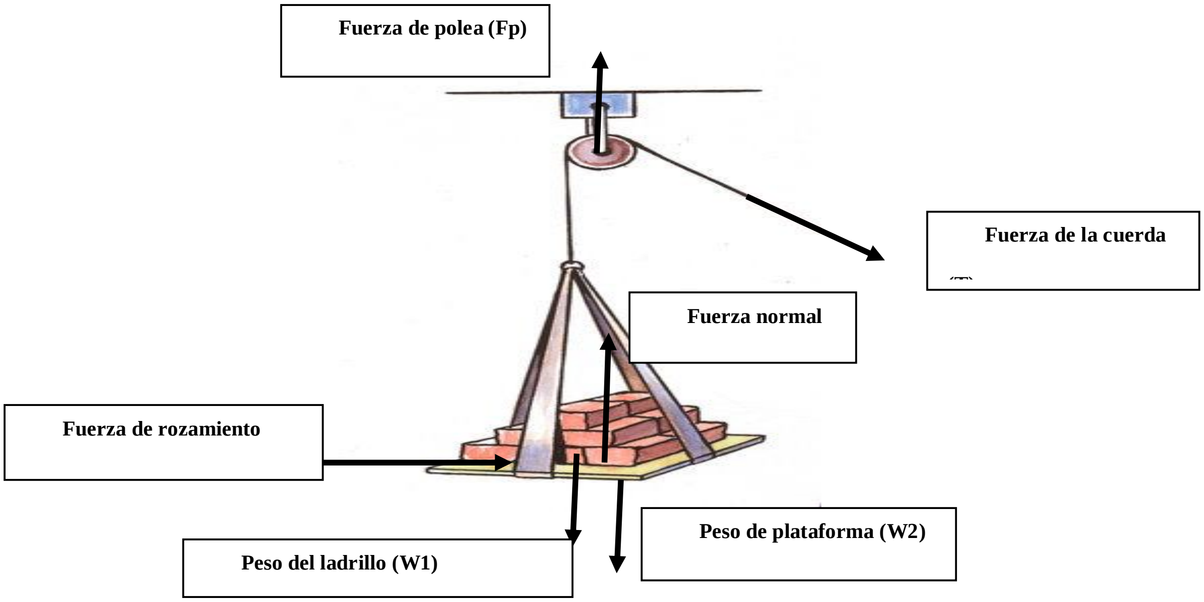


Figura 2. Fuerzas Externas e Internas que Influyen el en el sistema.

Con el conocimiento de las definiciones de un sistema y el medio ambiente, pasaremos a ver el tema del trabajo mecánico.

1.3. Trabajo realizado por una fuerza constante y variable

1.3.1. Trabajo realizado por una fuerza constante

Iniciaremos nuestro análisis de los sistemas, introduciendo un término cuyo significado en física es diferente a lo que conocemos en nuestra vida diaria. Este nuevo término es el trabajo. Supongamos que estas intentando mover una refrigeradora por la sala de tu hogar. Si empujas la refrigeradora y realizas un desplazamiento, entonces ha realizado un trabajo sobre la refrigeradora. Para tener más claro la idea de cuando realizamos trabajo sobre un sistema observemos la *figura 2.*

En la que se muestra que, la fuerza aplicada, por el niño, a la carreta desplaza el sistema desde la posición inicial P_i hasta la posición P_f, de esto podemos afirmar que el niño realizo trabajo sobre la carreta, ya que realizo un desplazamiento horizontal.

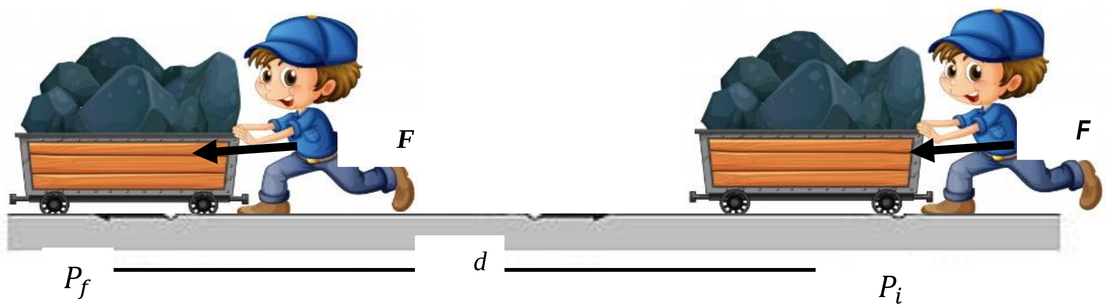


Figura 3. El desplazamiento de la carreta realizada por el niño.

Considere una partícula, que identificamos como el sistema, que se somete a un desplazamiento $\Delta\boldsymbol{r}$ a lo largo de una línea recta, mientras actúa sobre ella una fuerza constante $\boldsymbol{F}$ que forma un ángulo con $\Delta\boldsymbol{r}$**,** como se muestra en la *Figura 3*. La fuerza tiene un cometido: mover la partícula, de modo que decimos que realiza un trabajo sobre la partícula. (Serway & Jewet, 2004, p.179)

Ahora observemos el caso de la partícula, en la que solo conocemos la fuerza y el desplazamiento. “No tenemos información acerca de cuánto tiempo se requirió para que suceda el desplazamiento ni tampoco tenemos información acerca de la velocidades o aceleraciones” (Serway & Jewet, 2004, p.179). Esto nos indica que, para calcular el trabajo realizado, no es necesario conocer los valores de la velocidad o de la aceleración, entonces podemos definir al trabajo realizado sobre el sistema cuando la fuerza es constante:

El trabajo W, realizado por agente que ejerce una fuerza constante sobre un sistema, es el producto de la componente Fcosθ de la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza, por la magnitud $\Delta\mathbf{r}$ del desplazamiento (Serway & Jewet, 2004, p.179).

$$W = F\Delta r cos\theta$$

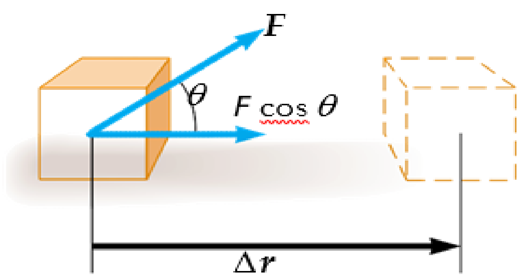


Figura 4. Si un objeto se somete a un desplazamiento $\Delta\boldsymbol{r}$**,** el trabajo realizado por la fuerza constante F sobre el objeto es $(Fcos\theta)\Delta\boldsymbol{r}$, tomado de *Física para Ciencia e Ingeniería* (Serway & Jewet, 2004).

El trabajo es una magnitud escalar; no tiene ninguna dirección asociada, sus unidades en sistema internacional son las de la fuerza por longitud, por la que la unidad de trabajo en SI es el newton. metro (N m). Cabe señalar que el newton metro cuando hace referencia a trabajo o energía, se denomina joule (J).

Desde la ecuación del trabajo, podemos concluir que, una fuerza no realiza trabajo sobre un sistema, si el punto de aplicación de la fuerza no realiza ningún desplazamiento. Si $\Delta r = 0$ entonces, el trabajo será cero; $W = 0$.

A partir de la ecuación del trabajo veremos que, el ángulo que forman $\boldsymbol{F}$ y $\Delta\boldsymbol{r}$ es de suma importancia, ya que definirá si el trabajo es negativo, positivo o nulo.

Importancia del ángulo en el trabajo

La importancia que tiene el ángulo de formación y la dirección de $\boldsymbol{F}$ respecto de $\Delta\boldsymbol{r}$, es de suma importancia ya que, esta determinara si el trabajo es positivo, negativo o nulo. Para explicar este fenómeno, veamos el caso, de un obrero que jala un bloque de la forma como se muestra en la figura 3. Tomando como sistema de referencia al bloque, se puede observar que, las fuerzas que actúan en dicho sistema son: la fuerza normal, fuerza de fricción, fuerza de acción y el peso. A partir de estas fuerzas que actúan sobre el sistema podemos observar los siguientes casos:

Primero: la fuerza F, realiza trabajo positivo porque la dirección de F va en la misma dirección del Δr. Además el ángulo formado entre F y Δr es $\theta = 0$, de donde obtendremos que la ecuación del trabajo es positivos, si F y Δr forman ángulos mayores iguales a 0° y menores a 90° como se muestra en la figura 3.1 (a)

$$W = F\Delta r cos\theta$$

$$W = F\Delta r cos 0°$$

$$W = F\Delta r(1)$$

$$W = F\Delta r$$

Segundo: la fuerza F_K, realiza un trabajo negativo porque va en dirección contraria al Δr. Entonces podemos definir al trabajo, como negativo, si el ángulo, formado entre F_K y Δr es mayor a 90° y menor igual a los 180°. Para explicar este fenómeno observemos la Figura 6 (b)

$$W = F\Delta r cos\theta$$

$$W = F\Delta r cos 180°$$

$$W = F\Delta r(-1)$$

$$W = -F\Delta r$$

En el tercer caso, se puede observar que la F_N y él P forman un ángulo de 90°, por lo que el cos 90° = 0, demostrando que el trabajo que realiza F_N y él P es cero.

$$W = F\Delta r cos\theta$$

$$W = F\Delta r cos 90°$$

$$W = F\Delta r(0)$$

$$W = 0$$

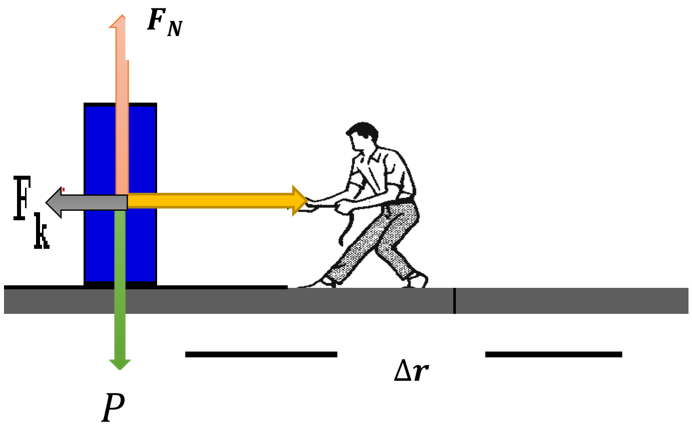


Figura 5. Fuerzas internas y externas que actúan sobre el sistema a lo largo del desplazamiento Δr. Cuando el objeto se desplaza horizontalmente sobre el piso las F_N y él P no realizan ningún trabajo.

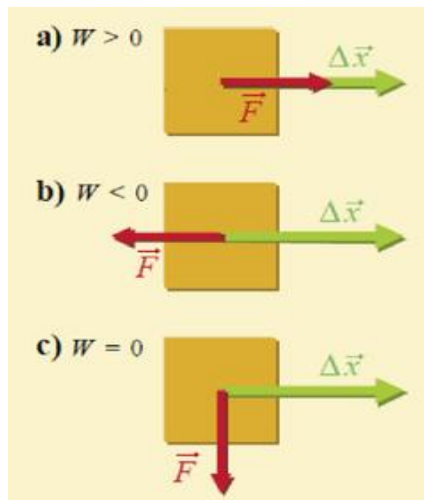


Figura 6. Si F tiene la misma dirección que Δr, el $\mathrm{W} > 0$. si F tiene dirección opuesta al Δr, el $\mathrm{W} < 0$. Si F es perpendicular a Δr, el $\mathrm{W} = 0$.

Para esclarecer la definición del trabajo realizado por F sobre un sistema, veremos una aplicación que se realiza muy seguidamente en nuestras vidas diarias.

Una persona sube lentamente una pesada caja de masa m hasta una altura vertical h, a continuación camina en horizontal, con una velocidad constante, una distancia d mientas sostiene la caja, como se muestra en la Figura 5. Determine el trabajo realizado sobre la caja en este proceso (a) por la persona y (b) por la fuerza gravitacional.

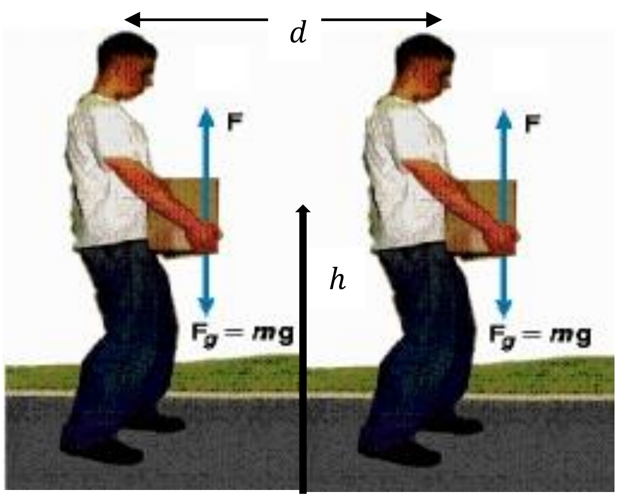


Figura 7. Una persona eleva una caja pesada de masa m una distancia vertical h, en seguida camina horizontalmente con velocidad constante una distancia d, tomado de *Física I texto basado en cálculos* de Serway & Jewett (2004, México, p.181).

Razonamiento:

(a) Suponga que la persona eleva la caja con una fuerza de magnitud igual al peso de la caja $mg,$ el trabajo realizado por la persona sobre la caja durante el desplazamiento vertical es $W = F\Delta r = (mg)h = mgh$, dado que la fuerza en este caso tiene la misma dirección que el desplazamiento. Para el desplazamiento horizontal, suponemos que la aceleración de la caja es, aproximadamente, igual a cero. Por tanto, el trabajo realizado por la persona sobre la caja durante el desplazamiento horizontal es cero, dado que fuerza horizontal es aproximadamente cero y la fuerza para sostener el peso de la caja en este proceso es perpendicular al desplazamiento. Por tanto, el trabajo neto realizado por la persona durante el proceso completo es mgh.

(b) el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre la caja durante el desplazamiento vertical de la misma es $-mgh$, dado que esta fuerza es opuesta al desplazamiento. El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es cero durante el desplazamiento horizontal, ya que esta fuerza es perpendicular al desplazamiento. Por tanto, el trabajo neto realizado por la fuerza gravitacional durante el proceso completo es $-mgh$. El trabajo neto por todas las fuerzas ejercidas sobre la caja es cero, dado que $+mgh + (-mgh) = 0$ (Serway & Jewet, 2004, p.181).

En la situación anterior observada se tocó un término, que hace referencia al trabajo neto realizado sobre el sistema, de donde podemos mencionar que “el trabajo neto, trabajo total o trabajo de las fuerzas resultantes, es igual a la suma algebraica de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo” (De la Cruz, 2010, p.272). Para plantear la ecuación del trabajo neto observemos la situación de la Figura 3.

$$W_{NETO} = W_{FN} + W_F + W_{FK} + W_P$$

$$W_{NETO} = F_N \Delta r cos\theta + F \Delta r cos\theta + F_K \Delta r cos\theta + P \Delta r cos\theta$$

donde, θ para F_N es 90°,

donde, θ para F es 0°,

donde, θ para F_k es 180°,

donde, θ para P es 90°,

Entonces, la ecuación simplificada quedaría:

$$W_{NETO} = F_N \Delta r cos 90° + F \Delta r cos 0° + F_K \Delta r cos 180° + P \Delta r cos 90°$$

$$W_{NETO} = 0 + F\Delta r - F_K \Delta r + 0$$

$$W_{NETO} = (F - F_K)\Delta r$$

$$W_{NETO} = F_{resultante} \Delta r = mad$$

Para ver las aplicaciones del trabajo, que realiza una fuerza sobre un sistema desarrollemos el presente problema cuando las fuerzas son constantes.

Imagine que un hombre que realiza limpieza de su piso, quien para jalar una maquina aspiradora con una fuerza cuya magnitud es F = 50 N, con un ángulo de formación de 30° entre el vector desplazamiento y la cuerda que utiliza para jalar (figura 8). Cuanto será el trabajo consumido por la fuerza que ejerce el hombre, si se desplaza 3 m hacia la derecha.

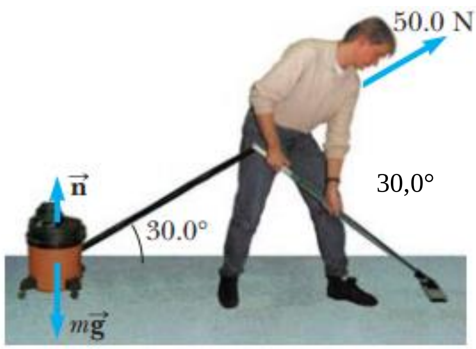


Figura 8. Ejemplo 1.

Solución:

Para resolver este problema observamos la figura 8, en el que se observa la actividad de la limpieza que realizamos a diario en nuestros hogares, como es el caso de la limpieza de los pisos utilizando una aspiradora, al cual jalamos con una cuerda para transportarlo por los rincones de la casa.

Como se puede observar se emplea una fuerza sobre un cuerpo, quien realiza un desplazamiento, formando un ángulo de 30,0° con el vector de desplazamiento. La aspiradora se identifica como el sistema. Entonces para desarrollar el problema aplicaremos la definición del trabajo.

$$W = F\Delta r\cos\theta$$

$$W = (50{,}0\ \mathrm{N})(3{,}0\ \mathrm{m})(\cos 30°)$$

$$W = 130\ \mathrm{N\ m}$$

$$W = 130\ \mathrm{J}$$

El trabajo realizado por la fuerza de 50 N sobre la aspiradora es de 130 J.

Observe también que las fuerzas normales y la fuerza gravitacional no realizan trabajo por el simple hecho de que son perpendiculares al desplazamiento.

En párrafos anteriores se estudió el trabajo realizado por una fuerza constante. Ahora imaginemos que la fuerza a lo largo del desplazamiento no sea constante, la situación cambia con respecto al análisis realizado anteriormente, ya que el trabajo en el proceso en que se desplace una partícula será variable. Para el estudio de esta situación donde la fuerza no sea constante a largo del desplazamiento estudiaremos el tema de trabajo realizado por una fuerza variable.

1.3.2. Trabajo realizado por una fuerza variable

Es de conocimiento que, en el universo existen fenómenos que ocurren, en donde la aplicación de la fuerza ´para ocasionar movimiento no siempre será constante, para tal situación se aplica el trabajo realizado por una fuerza variable.

Ahora imaginemos la situación de una partícula quien se desplaza por el eje de coordenadas x, a causa de una fuerza que varía a medida que se desplaza desde el punto $x = x_i$ a $x = x_f$. Pues para esta situación no utilizaremos la ecuación del trabajo que es igual al $W = F\ \Delta r\ cos\ \theta$, ya que esta ecuación solo se utiliza cuando la fuerza F ejercida es constante en el trayecto de su desplazamiento. Sin embargo, si es que a la partícula se les somete a pequeños intervalos de desplazamiento Δ_x, como se muestra en la figura 9, pues la fuerza en ese pequeño intervalo de tiempo será constante para este pequeño desplazamiento, entonces la ecuación del trabajo podemos aproximar a $W_1 \approx F_x \Delta x$. . (Serway & Jewet, 2008)

Dicha área formada se muestra en la figura 9. Si toma en cuenta F_x en función de la curva x dividida en un gran número de tales intervalos, el trabajo total consumido por el desplazamiento desde x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de un gran número de tales términos: $W = \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$. (Serway & Jewet, 2008, p.169)

Si permitimos y tendemos que el tamaño de los pequeños desplazamientos se acerque a cero, el número de suma de las áreas de los pequeños rectángulos aumenta sin límite, “pero el valor de la suma se aproxima a un valor definido que es igual al área limitada por la curva F_x y el eje x: $\lim_{\Delta_x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$" (Serway & Jewet, 2008, p.170).

"En consecuencia, el trabajo invertido por F_x en la partícula conforme se traslada de x_i a x_f se puede expresar como $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$. Esta ecuación se reducirá a $W = F\Delta r cos\theta$ si la componente $F_x = Fcos\theta$" (Serway & Jewet, 2008, p.169).

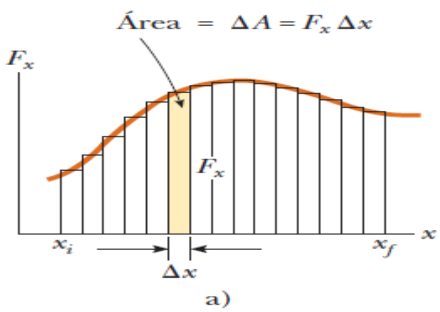


Figura 9. El trabajo consumido en una partícula por la componente de fuerza Fx para el desplazamiento pequeño Δ_x es$F_x \Delta x$, que es igual al área del rectángulo sombreado. El Trabajo total consumido por el desplazamiento de xi a xf es aproximadamente igual a la suma de las áreas de todos los rectángulos.

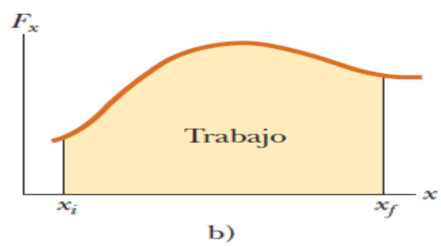


Figura 10. El trabajo realizado por Fx de todas las fuerzas que varían cuando la partícula se desplaza de xi a xf es igual al área sombreado bajo la curva, tomado de *Física I texto basado en cálculos* de Serway & Jewett (2004, México, p.184).

Observemos que cuando la fuerza es variable, el trabajo que realiza una partícula a lo largo del desplazamiento se calcula utilizando la ecuación

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Pero ahora veamos el caso, en el que, a la partícula se aplica más de una fuerza. Entonces podemos definir a la ecuación como la sumatoria escalar de los trabajos realizados ´por cada fuerza. Alternativamente, podemos mencionar que el trabajo realizado sobre el sistema, es el trabajo realizado por la fuerza neta.” Si expresamos la fuerza neta en la dirección x como $\sum F_x$, entonces el trabajo neto realizado sobre la partícula cuando se mueve de x_i a x_f es

$$W_{NETO} = \int_{x_i}^{x_f} (\sum F_x) dx$$

Otro caso particular, es en el que actúan más de una de una fuerza, donde la fuerza neta no es constante y la fuerza neta no es paralela al desplazamiento que realiza la partícula. En este caso, la ecuación que define al trabajo es.

$$W_{NETO} = \int_{r_1}^{r_2} (\sum F) dr$$

1.3.3. Trabajo realizado por un resorte

Un sistema físico común en que se aprecia que, la fuerza varia a medida que se realice el desplazamiento, es el de un cuerpo que está conectado a un resorte.

Si el resorte, quien se encuentra orientado horizontalmente en la dirección del eje de coordenadas $\boldsymbol{x}$, se deforma (estira o comprime) desde su posición inicial como muestra en la figura 11, por efecto de alguna fuerza externa, sobre este resorte, actúa de inmediato una fuerza de $\boldsymbol{F_S}$ producida por la reacción del resorte contra el objeto que ejerce la fuerza externa formando de esta manera la ecuación:

$$\boldsymbol{F_S = -kx}$$

donde:

$\boldsymbol{k}$: constante de rigidez

$\boldsymbol{x}$: desplazamiento realizado del resorte desde su posición no deformada en $x = 0$.

La ecuación formada se llama, ley de Hooke, que es válida para desplazamientos pequeños, ya que, si estiráramos demasiado el resorte, podríamos deformar por completo el resorte hasta no poder recuperar su forma original. En cuanto al signo negativo, que se muestra en la ecuación podemos decir que la dirección de la fuerza será siempre opuesta al desplazamiento, como se muetra en la Figura 11.a , que, el resorte se está estirando, y la fuerza que ejerce el resorte es contraria al estiramiento, donde $\boldsymbol{F_S}$ representa la fuerza producida por el resorte. Y por supuesto si analizamos la Figura 11.c, observaremos que el resorte está siendo comprimido, por ende, la fuerza será positivo ya que el resorte empuja al cuerpo para llegar a su posición inicial o natural. En caso de que el resorte no aplique ningún tipo de fuerza, se observa que en la Figura 1.b, que la fuerza $\boldsymbol{F_S}$ es 0.

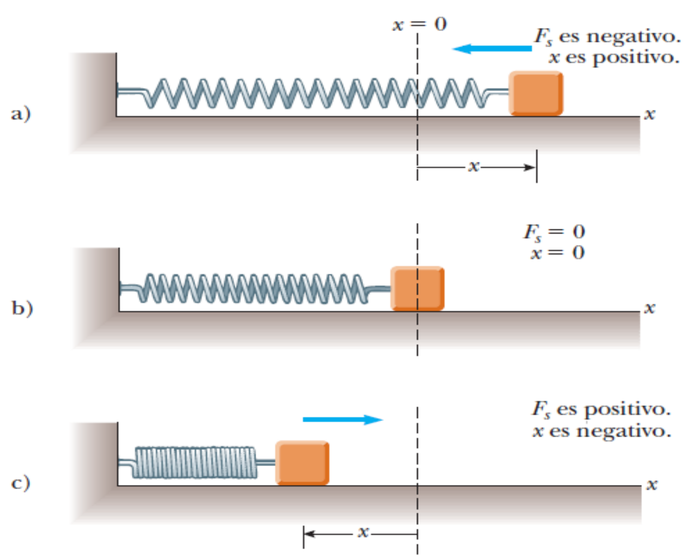


Figura 11. Fuerza ejercida por un resorte sobre un bloque, tomado de *Física para ciencias e ingeniería* de Serway & Jewett (2008, México D.F, p.171).

Si la fuerza F_S aplicada por el resorte sobre el bloque realiza un desplazamiento a lo largo del eje x, entonces, la fuerza F_S realiza trabajo. Como es el caso de la figura 4.a. el resorte al estirarse realiza un desplazamiento desde $x = 0$ hasta $x = x_{max}$, de donde obtenemos la ecuación del trabajo realizado por un resorte.

$$W_s = \int_0^{x_{max}} F_s\,dx = \int_0^{x_{max}} (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}k{x_{max}}^2$$

Para el caso 4.b. cuando el resorte no se desplaza o sea $x_i = x_f$, entonces el trabajo realizado por F_S sobre el bloque es $W_s = 0$

Ahora observemos la figura anterior, en donde se aprecia que el resorte está siendo comprimido por el cuerpo, entonces el trabajo realizado por F_S cuando realiza un desplazamiento desde $x = -x_{max}$ hasta $x = 0$, para volver a su posición natural será,

$$W_s = \int_{-x_{max}}^{0} F_s\,dx = \int_{-x_{max}}^{0} (-kx)\,dx = \frac{1}{2}k{x_{max}}^2$$

En general el trabajo que realiza F_S sobre el cuerpo cuando esta se desplaza de $x = x_i$ hasta $x = x_f$ será,

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s\,dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2\Big|_{x_i}^{x_f} =$$

$$W = \frac{1}{2}k{x_{x_i}}^2 - \frac{1}{2}k{x_{x_f}}^2$$

1.3.4. Trabajo mecánico en tres dimensiones

Hasta el momento, vimos que el trabajo realizado por una fuerza sobre una partícula es igual a la fuerza por el deslazamiento:

$W = \int_{xi}^{xf} F_x dx,$

Esto es lo que normalmente encontramos en los textos elementales. Si llevamos a cabo detenidamente el estudio tridimensional que realiza el trabajo sobre una partícula esta es la ecuación que obtendríamos con las componentes de las fuerzas que se ejerce.

“Si F_x, F_y y F_z son las componentes rectangulares de F y dx dy y dz las de, dr” (Alonso y Finn, 1976, p.206) podemos escribir la ecuación del trabajo realizado en tres dimensiones de la forma:

Donde,

$$\sum F = F_x + F_y + F_z$$

$$dr = dx + dy + dz$$

$$W = \int_{r1}^{r2} (F_x\, dx + F_y dy + F_z dz)$$

$$W_{NETO} = \int_{r_1}^{r_2} (\sum F)\, dr$$

Capítulo II

Energía cinética y potencial

2.1. Energía cinética y el teorema del trabajo-energía cinética

En situaciones en las que se pongan complicadas la utilización de la segunda ley de Newton, para hallar el trabajo realizado cuando la partícula se desplaza con una rapidez, bajo la influencia de determinas fuerzas; utilizaremos el teorema de trabajo-energía cinética, que lo calcularemos de la siguiente manera.

Utilizando la segunda ley de Newton, podemos sustituir la magnitud de la fuerza neta $\sum F_x = ma$ y realizar a continuación las manipulaciones siguientes en el integrando, aplicando la regla de la cadena (Serway & Jewet, 2004, p.188).

$$W_{NETO} = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\, dv$$

$$W_{NETO} = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_i}^2$$

$$W_{NETO} = K_f - K_i = \Delta K$$

Esta nueva ecuación nos muestra el trabajo realizado por una fuerza en una dimensión, donde observamos que el trabajo es igual a la diferencia de la energía cinética. Entonces podemos definir a “la energía cinética K de una partícula de masa m que se mueve con una rápidez v” (Serway & Jewet, 2004, p.189), como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

2.2. Energía cinética en tres dimensiones

Para calcular la energía mecánica en tres dimensiones cuando una partícula se desplaza desde A a B tomaremos como ecuación principal a

$$\int_A^B dW = \int_A^B F_x\,dx + \int_A^B F_y\,dy + \int_A^B F_z\,dz$$

Donde sustituiremos $F = ma$ en la ecuación mostrada

$$\int_A^B dW = \int_A^B ma\,dx + \int_A^B ma\,dy + \int_A^B ma\,dz$$

Y obtenemos sustituyendo la ecuación $\int_A^B ma\,dx = \frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2$, en las tres dimensiones.

$$W = \frac{1}{2}m\left(v_{B_x}{}^2 - v_{A_x}{}^2\right) + \frac{1}{2}m\left(v_{B_y}{}^2 - v_{A_y}{}^2\right) + \frac{1}{2}m\left(v_{B_z}{}^2 - v_{A_z}{}^2\right)$$

$$W = \frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2$$

2.3. Energía potencial

Mencionamos que la energía cinética, es la rapidez con el cual se desplaza una partícula de un punto a otro gracias a fuerzas externas que se aplican. En este tema, “vamos a considerar sistema de dos o más objetas o partículas que interactúan a través de una fuerza que es interna al sistema” (Serway & Jewet, 2004, p.210). Mientras que energía cinética, estudia la rapidez con la que se realiza el movimiento de una partículas de masa m, por efecto de las fuerzas externas, cabe mencionar que, hay sistemas en el que “un objeto puede tener una masa tan grande que puede ser modelado como estacionario y sus energía cinética se puede ignorar” (Serway & Jewet, 2004, p.210). Por ejemplo, el sistema que está formado por la tierra y la pelota, en donde despreciaremos la energía cinética de la tierra con referencia a la pelota que cae al suelo.

Si lanzamos una pelota verticalmente al aire con una celeridad inicial v_0 subirá hasta que se anule su energía cinética. Esta habrá disminuido porque la atracción gravitatoria de la tierra, su peso mg, es la única fuerza que actúa sobre la pelota y como esta fuerza tiene sentido opuesto al movimiento, efectúa un trabajo negativo. Al ir subiendo la pelota, su disminución de energía cinética es en todo momento igual al aumento de su energía potencial. En el punto más elevado de su trayectoria, la energía potencial mgh de la pelota es igual a su energía cinética inicial $\frac{1}{2}mv^2$. Después, al caer, pierde energía potencial gana energía cinética. En todo punto de su movimiento, la suma de la energía cinética y potencial de la pelota es constante. Este es el ejemplo del precio de la conservación de la energía.

La energía cinética potencial gravitacional $\cup_g$ de un cuerpo de masa m a una altura viene dada por (Tipler, 1991, p.143)

$$\cup_g = mgy$$

2.4. Energía potencial en un sistema aislado

Ahora, supongamos que tenemos un libro como se aprecia en la *Figura 12*, en la que $\boldsymbol{y_i}$ indica la posición inicial, y por la acción de la gravedad se desplaza hasta $\boldsymbol{y}_f$, entonces el trabajo que realiza la gravedad será igual a

$$W_{sobre\ el\ libro} = mg\Delta r = (-mg)\left[y_f - y_i\right] = mgy_i - mgy_f$$

Del teorema del trabajo y energía cinética, se puede concluir que el trabajo invertido en el libro es igual al cambio en la energía cinética del libro:

$$W_{sobre\ el\ libro} = \Delta K_{libro}$$

De las dos expresiones anteriores para el trabajo realizado en el libro se obtiene:

$$\Delta K_{libro} = mgy_i - mgy_f \qquad (8.4)$$

De las cuales relacionamos a cada lado de la ecuación con el sistema del libro y la tierra para el lado derecho,

$$mgy_i - mgy_f = -\left(mgy_f - mgy_i\right) = -\Delta \cup_g$$

Donde la ecuación $\cup_g = mgy$ es la que representa a la energía potencial gravitacional del sistema. Por otro lado, la izquierda de la ecuación 8.4 muestra el desplazamiento que realiza el libro, ya que es el único sistema que es móvil y está representada por $\Delta K_{libro} = \Delta K$, donde K es la energía cinética del sistema. Por lo tanto, si sustituimos las equivalencias del sistema en la ecuación 8.4, la ecuación queda de la siguiente forma,

$$\Delta K = -\Delta \cup_g$$

Que, para usos prácticos en la resolución de los problemas, esta ecuación se manipula, moviendo al lado izquierdo la energía potencial

$$\Delta K + \Delta \cup_g = 0$$

De donde podemos concluir que el lado izquierdo representa la suma de cambios de la energía almacenada en el sistema libro tierra. En cuanto al lado derecho que está representado por el cero muestra que a través de la frontera del sistema no hay transferencia de energía, por el mismo hecho de que es un sistema aislado,

$$\Delta K + \Delta \cup = 0$$

Escribamos ahora explícitamente los cambios de la energía:

$$\left(K_f - K_i\right) + \left(U_f - U_i\right) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

"A la suma de la energía cineteca y la energía potencial se le denomina energía mecánica" (Serway & Jewet, 2004, p.213).

$$E_{mec} = K + \cup_g$$

Esta es la ecuación que explica el principio de la conservación de la energía.

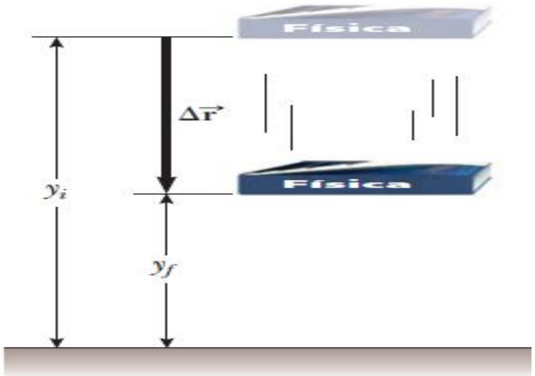


Figura 12. El trabajo utilizado por la fuerza ejercida por la gravedad en el proceso que el libro cae de y_i a una altura y_f es Igual a $mgy_i - mgy_f$. Tomado de *Física para ciencias e ingeniería* de Serway & Jewett (2008, México D.F, p.177)

2.5. Energía potencial elástica

En el tema de trabajo mecánico vimos un fenómeno físico, en el que una fuerza elástica realiza trabajo por su acción de elasticidad. Esta es una forma en la que se presenta la energía potencial que no sea gravitatoria, porque, al comprimir o estirar el resorte, siempre volverá a su posición inicial $x = 0$.

La fuerza que el resorte ejerce sobre el bloque se conoce por $Fs = -kx$. El trabajo empleado por una fuerza aplicada externa F_{ap} en un sistema que consiste de un bloque conectado al resorte se proporciona por la ecuación.

$$W_{ap} = \frac{1}{2}kx_{x_i}{}^2 - \frac{1}{2}kx_{x_f}{}^2$$

En esta situación, la medidas de las coordenadas iniciales y finales se realizan desde su posición de equilibrio, $x = 0$. Del mismo modo que en el caso de la energía potencial gravitacional se ve que el trabajo empleado en el sistema bloque resorte es igual a la diferencia de los valores iniciales y finales de las expresiones relacionadas del sistema. De donde definimos que, la función que expresa la energía potencial elástica es, $U_s = \frac{1}{2}kx^2$. En conclusión, podemos mencionar que

La energía potencial elástica se encuentra almacenada en el resorte deformado, ósea cuando se estira o cuando se comprime la energía aumenta hasta llegar a su punto máximo. De lo que podemos decir que la energía elástica siempre será cero en su posición inicial. (Serway & Jewet, 2008)

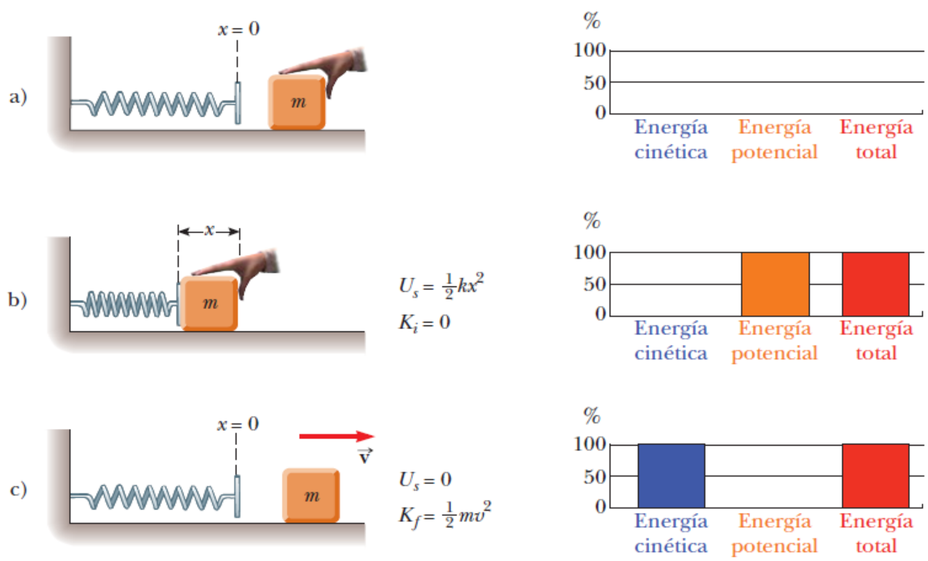


Figura 13. Energía potencia de las fuerzas elásticas en su estado natural, comprimido y deformado, tomado de *Física para ciencias e ingeniería* de Serway & Jewett (2008, México D.F, p.180).

En la Figura 7 se puede observar que el bloque de masa m se encuentra en reposo, por tanto no hay presencia de energía cinética ni energía potencial. Si observamos el grafico 7.b, en la que se muestra que el resorte ha sido comprimido, la energía potencial elástica $U_s = \frac{1}{2}kx^2$ es máxima, mientras que la energía cinética inicial es cero, porque el resorte se encuentra con una velocidad igual a cero. Una vez soltado el bloque como se muestra en la figura anterior, el bloque se desplaza con una rapidez v, hasta llegar a tener una rapidez máxima, por lo que la energía cinética $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ también será máxima en ese punto.

2.6. Potencia

En los párrafos anteriores estudiamos como es que una fuerza ejercida sobre una partícula realiza trabajo al momento de desplazarlo de un punto a otro, también vimos que el trabajo realizado por una fuerza neta sobre un sistema es igual, a la energía cinética de la partícula de masa m, ya que esta se desplaza con una rapidez v.

En las definiciones del trabajo no se dice cuanto tiempo se emplea para realizar el trabajo. Se efectúa la misma cantidad de trabajo al subir una carga por un tramo de escaleras si se camina o se corre. Pero entonces las preguntas que nos realizamos es ¿Por qué entonces nos cansamos más rápido al subir una escalera de forma apresurada que de forma más lenta? Para poder entender este dilema del porque nos cansamos más al subir una escalera de manera apresurada, nos enfocaremos en el estudio de otra definición escalar, llamado potencia. A la cual definiremos como “la cantidad del trabajo efectuado entre el tiempo en el que se efectúa” (Hewitt, 2007, p.111). A menudo solemos escuchar el término de potencia, en casos de nuestras vidas diarias, donde se menciona, por ejemplo, cuan potente es el motor de un carro. Para explicar este fenómeno de la potencia, pongamos un caso en el que el motor de un carro tiene el doble de potencia que otro, a partir de este ejemplo muchos de nosotros podemos tener una mala interpretación con respecto al fenómeno, hasta llegar a decir que el motor más potente realiza el doble del trabajo que la del motor de baja potencia, o hasta llegar a concluir que el carro avanza el doble de la velocidad que un motor con menos potencia. Si consideramos acertadas estas conclusiones, podríamos estar equivocados, ya que “el doble de potencia quiere decir que podemos hacer la misma cantidad de trabajo en la mitad del tiempo, o el doble de trabajo en el mismo tiempo” (Hewitt, 2007, p.112). Ahora veamos las definiciones de la potencia expresada de la siguiente manera.

Así como Serway & Jewet, (2004) afirma. “ Si se aplica una fuerza externa a un objeto (para el que adoptaremos el modelo de partícula), y el trabajo realizado por esta fuerza es W en el intervalo de tiempo Δt, entonces la potencia promedio durante este intervalo de tiempo” (p.198).

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Si el trabajo es efectuado por una unidad de tiempo durante un intervalo dt muy pequeño, se denomina potencia instantánea, y la ecuación podemos escribirla de la siguiente manera

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

De esta forma también, entonces, la potencia puede definirse como el producto de la fuerza por la velocidad, donde $dW = F \cdot dr$ y $\frac{dr}{dt} = v$

$$\frac{dW}{dt} = F \frac{dr}{dt} = F\, v$$

En general, la potencia se define para cualquier tipo de transferencia de energía. Por tanto, la expresión más general para la potencia es:

$$P = \frac{dE}{dt}$$

Donde $\frac{dE}{dt}$ es la proporción a la que la energía atraviesa las fronteras del sistema mediante un determinado mecanismo de transferencia (Serway & Jewitt, 2007, p.111).

La unidad de la potencia en el SI es el Joule por segundo (J/s), que también se denomina Watt (W):

$$1W = \frac{1J}{s} = 1kg\frac{m^2}{s}$$

En el sistema británico es el caballo de vapor (hp):

$$1hp \equiv 550\ ft\frac{lb}{s} \equiv 746\ W$$

Ahora, en el caso de que las unidades se expresen kilowatt hora (kWh), que es la energía que se transfiere en una hora a una proporción constante de 1Kw. El valor numérico de 1kWh de energía será igual a:

$$1kWh = (10^3W)(3600\ s) = 3{,}60\ \cdot 10^6\ J$$

2.7. Eficiencia o rendimiento mecánico

Dentro del campo de la mecánica anteriormente mencionamos que la potencia es, la cantidad de trabajo que realiza una fuerza o energía en un periodo de tiempo determinado. Hasta nuestros días el hombre todavía no ha logrado construir una maquina al 100% eficiente, pues un porcentaje de la potencia se pierde en el calor que disipa al medio ambiente, en el rozamiento de sus engranajes o en el calentamiento de la máquina. Entonces, podemos mencionar a la eficiencia mecánica de una maquina "como la razón de la salida de potencia útil producida por la maquina a la entrada de potencia suministrada a la maquina" (Hibbeler, 2004, p.182). Por consiguiente

$$n = \frac{P_{util}}{P_{suministrada}}x100\%$$

Para tener claro la determinación de la eficiencia del rendimiento, veremos los casos siguientes:

El rendimiento mecánico en una máquina ideal, donde no existe rozamiento, es igual al trabajo útil producido (potencia entrada = potencia recibida)

En cambio, el rendimiento mecánico en máquinas reales es siempre menor que la unidad, debido a la perdida de energía, por motivos de rozamientos internos que se generan durante el funcionamiento de la máquina, por lo general se multiplica por 100%, para qué se exprese en %

$$\%R = \frac{W_{UTIL}}{E_e}$$

$Donde, W_{UTIL}$: trabajo útil E_e : energía suministrada o trabajo total

Si deseamos que el rendimiento quede expresado en potencias por lo tanto las ecuaciones serian de la siguiente manera:

$$\frac{W_{sale}}{t} = P_{sale}$$

$$\frac{E_{entrante}}{t} = P_{entra}$$

$$E = \frac{P_{sale}}{P_{entra}}$$

Para visualizar las potencias que entra, potencia útil y la potencia perdida, observemos el siguiente grafico 5 donde se muestra el esquema de un motor.

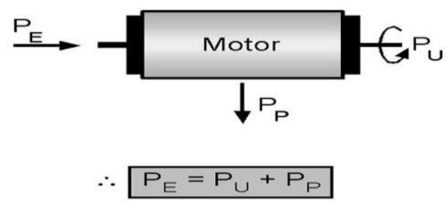


Figura 14. La potencia de entrada es igual a la potencia útil más la potencia perdida, tomado de https://www.google.com/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&ei=t2iiW9OeMuuxgge5sKeQAw&q=eficiencia+mecanica&oq=eficiencia+mecanica&gs_l=img.3..0l4j0i24k1l6.28466.31830.0.32063.19.12.0.5.5.0.346.1799.0j1j5j1.7.0....0...1c.1.64.img..9.10.1301...0i67k1j0i8i30k1.0._u4DAjz1idI#imgrc=EKcdMis3SE5v7M:

2.8. Conservación de la energía

2.8.1. Ley de la conservación de la energía mecánica

En la naturaleza encontramos un sinfín de situaciones de fuerzas no conservativas a las cuales no podemos representar como una energía potencia. Pero si se pueden describir los efectos que generan en su comportamiento en energías que se manifiestan diferentes ala potencial y cinética. Tales como veremos a la situación de un neumático de un auto, que, en el transcurso del frenado, los neumáticos empiezan a calentarse y así mismo también el piso por el cual es arrastrado también se calienta. Este tipo de energía que mencionamos son las energías internas que interactúan con el medio. Esto quiere decir que si aumentamos la energía interna de este fenómeno los neumáticos empezaran a levantar su temperatura, y si se reduce la temperatura, la energía interna ira bajando. Dicho de otra forma, la fricción de los neumáticos con el piso áspero realiza trabajo, una de ellos negativo y la otra positivo. (Serway & Jewet, 2004)

Dicho de otro modo,

$$-f_k\Delta x = \Delta K + \Delta U = \Delta E = -\Delta E_{int}$$

Podemos expresar de otro modo esta ecuación colocando todos los términos de almacenamiento de energía en un lado de la ecuación:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = \Delta E_{sistema} = 0$$

Esto nos proporciona la expresión más general de la ecuación de la continuidad para un sistema aislado. Observe que la ΔK puede representar más de un término, si hay dos o más elementos del sistema que se encuentren en movimiento. Así mismo, ΔU puede representar más de un término si existen diferentes tipos de energía potencial (por ejemplo, gravitacional y elástica) asicada con el sistema (Serway & Jewet, 2004, p.219).

De esta ecuación podemos decir que; "la energía no se puede crear ni destruir, se puede transformar a otra, pero la cantidad total de energía nunca cambia" (Hewitt 2007, p. 117)

2.8.2. Fuerzas conservativas y energía potencial mecánica

En párrafos anteriores estudiamos dos tipos de fuerzas conservativas , fuerza conservativa gravitacional y elástica, del cual dedujimos que para un cuerpo con una masa m en un campo gravitacional uniforme , la fuerza que ejerce la gravedad es $Fy = -mg$. Por tanto la energía potencial que representa a esta fuerza es $U(y) = mgy$. Y para la situación de la fuerza conservativa de un resorte ideal que se deforma una distancia x, definimos que la fuerza ejercida será igual a kx, de quien sabemos que la fuerza que se ejerce es contrario a la fuerza ejercida por el resorte entonces se menciona que la fuerza ejercida del resorte es , $Fx = -kx$, y la función correspondiente a la energía potencial es $U_x = \frac{1}{2}kx^2$. (Hugh y Freedman, 2009)

Como vimos en el tema de la energía potencial que, "en cualquier desplazamiento, el trabajo W efectuado por una fuerza conservativa es el negativo del cambio de energía potencial ΔU" (Hugh y Freedman, 2009, P.232).

$$W = -\Delta U$$

Si en la ecuación mencionada anteriormente, apliquemos un desplazamiento muy pequeño Δx a la fuerza $F_x(x)$. El trabajo realizado por $F_x(x)$ durante ese desplazamiento será aproximadamente a $F_x(x)\Delta x$, se dice aproximadamente por el hecho de que en este pequeño intervalo podría cambiar la fuerza que se aplica. (Hugh & Freedman, 2009). Pero se puede ver que, se cumple aproximadamente que,

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U$$

$$F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Como podemos darnos cuenta. "En el límite $\Delta x \rightarrow 0$, la variación de F_x se hace despreciable y tenemos la relación exacta" (Hugh & Freedman, 2009, p.232).

$$F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx}$$

De esta expresión realizada podemos mencionar que en las regiones donde la energía potencial es máxima, se efectúan trabajo máximo durante un desplazamiento dado. A demás debemos mencionar que si dU disminuye, (x) aumentará. "Es que una fuerza conservativa siempre trata de llevar el sistema a una energía potencial menor" (Hugh & Freedman, 2009, p.232).

Para la verificación, consideremos a la energía potencial $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ y sustituimos en la ecuación:

$$F_x(x) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Que es la expresión correcta para la fuerza ejercida por un resorte ideal (Hugh & Freedman, 2009, p.232).

2.8.3. Fuerza y energía potencial en tres dimensiones

Para calcular los movimientos que realiza una partícula en las tres dimensiones x, y, z, tomemos las componentes de las fuerza F_x, F_y y F_z. “El cambio de energía potencial ΔU cuando la partícula se mueve una distancia pequeña Δx en la dirección x está dada otra vez por $-F_x(x)\Delta x$; no depende de F_y ni de F_z, que representan las componentes de la fuerza perpendicular al desplazamiento que no efectúan trabajo” (Hugh &Freedman, 2009, p.233). Entonces tenemos de nuevo la relación que se aproxima a:

$$F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Las componentes de y, z se determinan exactamente de la misma forma:

$$F_y(y) = \frac{-\Delta U}{\Delta y}$$

$$F_z(z) = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

Si deseamos que las relaciones sean más exactas lo que debemos hacer es, tomar límites $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0\ y\ \Delta z \rightarrow 0$ para que este resultado que es el cociente se vuelva en derivadas. A partir de este proceso el valor de U puede tomar valores en las tres coordenadas, además cabe recalcar que cuando trabajamos con las derivadas, solo una de las coordinas cambia a la vez y no todas al mismo tiempo. Este proceso como se trabaja son denominas derivadas parciales y generalmente su representación simbólico es $\frac{\partial U}{\partial x}$. (Hugh &Freedman, 2009).

Por lo que escribimos:

$$F_x(x) = \frac{-\partial U}{\partial x}$$

$$F_y(y) = \frac{-\partial U}{\partial y}$$

$$F_z(z) = \frac{-\partial U}{\partial z}$$

Podemos usar vectores unitarios para escribir una sola expresión vectorial compacta para la fuerza $\vec{F}$

$$\vec{F} = -(\frac{\partial U}{\partial x} i + \frac{\partial U}{\partial y} j + \frac{\partial U}{\partial z} k)$$

La expresión que se muestra dentro del paréntesis expresa una operación especifica de la función U, de donde se obtiene las derivadas parciales de U, teniendo en cuenta las coordenadas tridimensionales. Como estos valores son las coordenadas, se le multiplica por el vector unitario correspondiente y se suma vectorialmente. A esta operación de realizar la multiplicación y la suma vectorialmente se la denomina gradiente de U y se representa como $\vec{\nabla}U$ "Por lo tanto, la fuerza es el negativo del gradiente de la función de energía potencia. (Hugh &Freedman, 2009, p.233).

$$\vec{F} = \overrightarrow{-\nabla}U$$

Para verificar la ecuación, sustituimos la función $U = mgy$ para la energía potencial gravitacional:

$$\vec{F} = \overrightarrow{-\nabla}mgy = -\left(\frac{\partial mgy}{\partial x}i + \frac{\partial mgy}{\partial y}j + \frac{\partial mgy}{\partial z}k\right) = (-mgy)j$$

Esta última expresión, después de la sustitución es la fuerza gravitacional que ya vimos en párrafos anteriores.

2.8.4. La energía potencial de un sistema de partículas

En temas anteriores al trabajo mecánico, se dedujo que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre ella es igual a la variación de energía cinética de la misma. En el caso de los sistemas de partículas observaremos que la expresión antes mencionadas se modificaran, teniendo en cuenta todas las fuerzas internas y externas de las partículas. De este modo se obtendrá nuevas definiciones de las dimensiones estudiadas.

Ahora observemos el caso de un sistema que esté formado por dos partículas, sobre la cual actúan fuerzas externas F_1, F_2 y fuerzas internasF_{12}, F_{21}, como se muestra en la *Figura 15*.

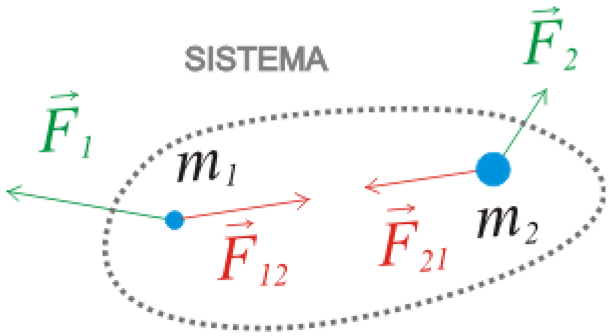


Figura 15. Sistema formado por dos partículas, tomado de https://www.google.com/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&ei=M2miW8bJN-Xr_QaFtqX4Ag&q=Energ%C3%ADacineticade+un+Sistema+de+Part%C3%ADculas&oq=Energ%C3%ADacineticade+un+Sistema+de+Part%C3%ADculas&gs_l=img.3...72301.73958.0.74283.8.8.0.0.0.0.218.421.2-2.2.0....0...1c.1.64.img..6.0.0....0.f79K7xynNnc#imgrc=3XMhLu7eh_SUdM:

Como se puede observar , en cada instante, la energía cinética del sistema es la suma de la energía cinética de cada partícula; por tanto, la variación de energía cinética del sistema en un intervalo de tiempo será:

$$E_C = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \rightarrow \Delta E_C = \Delta E_{C_1} + \Delta E_{C_2}$$

Utilizando la variación de la energía cinética en cada partícula, esta será igual al trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre ella:

$$m_1 \rightarrow W_{F_1} + W_{F_{12}} = \Delta E_{C_1}$$

$$m_2 \rightarrow W_{F_2} + W_{F_{21}} = \Delta E_{C_2}$$

Sumando ambas variaciones finalmente obtenemos que:

$$W_{externo} + W_{F_{interno}} = \Delta E_C$$

Cabe mencionar que, por más que la suma de todas las fuerzas internas siempre sea igual a cero, pues la suma de los trabajos realizados por las fuerzas no cera igual a cero, ya que para poder calcular el trabajo tenemos que tener en cuenta la trayectoria que recorre la partícula.

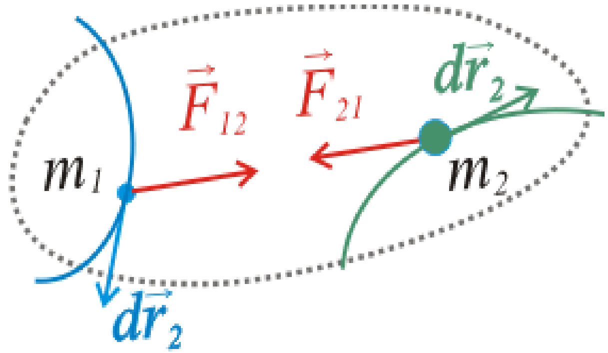


Figura 16. Desplazamiento que realiza la partícula dr_2, tomado de https://www.google.com/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&ei=M2miW8bJN-Xr_QaFtqX4Ag&q=Energ%C3%ADacineticade+un+Sistema+de+Part%C3%ADculas&oq=Energ%C3%ADacineticade+un+Sistema+de+Part%C3%ADculas&gs_l=img.3...72301.73958.0.74283.8.8.0.0.0.0.218.421.2-2.2.0....0...1c.1.64.img..6.0.0....0.f79K7xynNnc#imgrc=8NBjy3HhORPa6M:

$$F_{12} = -F_{21}$$

$$F_{12} dr_1 \neq -F_{21} dr_2$$

De las partículas anteriormente estudiadas, se observa que las fuerzas internas son conservativas, por el hecho de ser centrales, entonces podemos expresar al trabajo realizado en función de una energía potencial asociada, quedando de esta manera la ecuación

$$W_{interno} = -\Delta E_{P_{int}} \quad \rightarrow \quad W_{externo} - \Delta E_{P_{int}} = \Delta E_C$$

$$W_{externo} = \Delta(E_c + \Delta E_{P_{int}})$$

Entonces se define una nueva magnitud, que se llamara energía propia (U) que será igual a la suma de la energía cinética y energía potencial interna:

$$U = E_c + E_{P_{int}}$$

Es bueno precisar que, la energía cinética debe de estar referida en un sistema de referencia inercial, por el simple hecho de que se calcula a partir de la velocidad. Por otro lado, la energía potencial interna es independiente del sistema de referencia, ya que sólo depende de las distancias relativas entre las partículas.

2.9. Velocidad de escape y energía de enlace

2.9.1. Velocidad de escape

Cuando imaginamos dejar la tierra, lo primero que nos ponemos a pensar es, de cómo salir de la atracción gravitatoria de la tierra, cuanta velocidad como mínimo necesitamos, cuanto trabajo y cuanta energía se necesita para superar la atracción. Entonces podemos decir que, "la velocidad de escape es la minina velocidad inicial v_0 necesaria para que un proyectil disparado verticalmente en la superficie de la tierra pueda escapar de fuerza gravitatoria" (Kane & Sternheim, 1989, p.141). Ya que la velocidad en la superficie de la tierra es v_0 de modo que podemos escribir la ecuación

$$E_{mec} = K_0 + U_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{M_T m}{R_T}$$

Si el proyectil ha de escapar permanentemente de la tierra, r llegara a alcanzar un valor muy grande, de modo que $U = 0$. Si tiene la energía mínima necesaria para ello, su velocidad y su energía cinética serán también nulas a esta distancia. Así pues la energía necesaria para escapar de la tierra es $E = E_c + U = 0$. Como la energía mecánica se conserva:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{M_T m}{R_T} = 0$$

Entonces:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Podemos simplificar ligeramente estos resultados teniendo en cuenta que el peso de un objeto de masa *m* sobre la superficie de la tierra es $mg = G\frac{M_T m}{{R_T}^2}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{2gR_T}$$

Esta es la velocidad mínima necesaria en la superficie de la tierra para escapar de la atracción terrestre. La velocidad de escape para cualquier planeta puede hallarse a partir de su aceleración gravitatoria y de su radio. Para la tierra, $g = 9{,}8\ m/s^2$ y $R_T = 6{,}4x10^6\ m$, por lo que la velocidad de escape es $v_0 = \sqrt{2gR_T} = \sqrt{2(\frac{9{,}8\ m}{s^2})(6{,}4\ \cdot 10^6\ m)} = 1{,}12 \cdot 10^4 ms^{-1}$ (Kane & Sternheim, 1989, p.141).

2.9.2. Energía de enlace

Si los objetos están próximos a la tierra, como vimos en párrafos anteriores, donde utilizamos $U = mgh$, para la energía potencial gravitatoria, mientras que aquí hemos utilizado $U = -G\frac{M_T m}{r}$. Dejamos como problema demostrar que, si un objeto se halla a una pequeña altura h sobre la superficie de la tierra, su energía potencial es

$$U = -G\frac{M_T m}{(R_T + h)} \approx G\frac{M_T m}{M_T}(1 - \frac{h}{R_T})$$

De esta ecuación podemos definir que, si sustituimos $g = \frac{GM_T}{{R_T}^2}$ en la ecuación

$$\Delta U = -G\frac{M_T m}{(R_T + h)} + mgh$$

$$\Delta U = -mgR_T + mgh$$

$$\cup_g = mgh$$

2.10. Energía de un satélite en órbita

La energía total de un satélite en órbita circular puede calcularse con ayuda de la ecuación $U = -G\frac{M_T m}{r}$. Aplicando la segunda ley de Newton del movimiento $F = ma$ al movimiento circular de una masa *m* bajo la atracción gravitatoria terrestre, tenemos:

$$G\frac{M_T m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Ósea:

$$mv^2 = G\frac{M_T m}{r}$$

Así pues, la energía cinética puede escribirse como:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T m}{2r} = -\frac{1}{2}U$$

Como U es negativa, E_c es negativa y su valor es el doble de U en valor absoluto. La energía total es $E = E_c + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U$,o bien $E = -G\frac{M_T m}{2r}$. (Kane & Sternheim, 1989, p.140).

APLICACIÓN DIDACTICA

Capítulo III

Aplicación didáctica

GESTIÓN EDUCATIVA LOCAL PICHARI- KIMBIRI – VILLA VIRGEN

3.1. Sesión de aprendizaje

Unidad didáctica: N° 1

Número de sesión: 2

Área: CTA

Grado: Quinto

Duración: 3 horas pedagógicas

Fecha: 13-09-18

Docente: Johner NAVARRO PEREZ

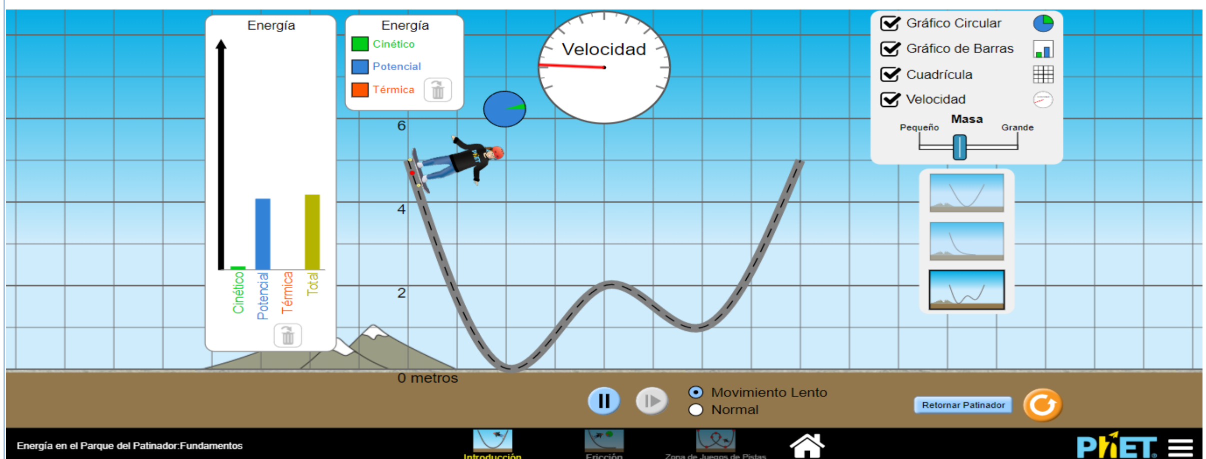
TÍTULO DE LA SESIÓN:
La energía no se crea ni se destruye solo se transforma.

APRENDIZAJE ESPERADO:		
Competencia	**Capacidades**	**Indicadores**
Indaga, mediante métodos científicos, situaciones que pueden ser investigadas por la ciencia.	Genera y registra datos e información	Obtiene datos considerando la manipulación de más de una variable independiente para medir la variable dependiente. Organiza datos o información en tablas y los representa en diagramas o gráficas que incluyan la incertidumbre de las mediciones.
	Analiza datos o información	Extrae conclusiones a partir de la relación entre sus hipótesis y los resultados obtenidos en su indagación, en otras indagaciones o en leyes o principios científicos; valida la hipótesis inicial.

SECUENCIA DIDACTICA

INICIO (20´)

- El docente saluda a los estudiantes y llama la lisita de asistencia, seguidamente pide a los estudiantes que observen la simulación de la transformación de la energía que está ubicada en https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-



park-basics/latest/energy-skate-park-basics_es_PE.html

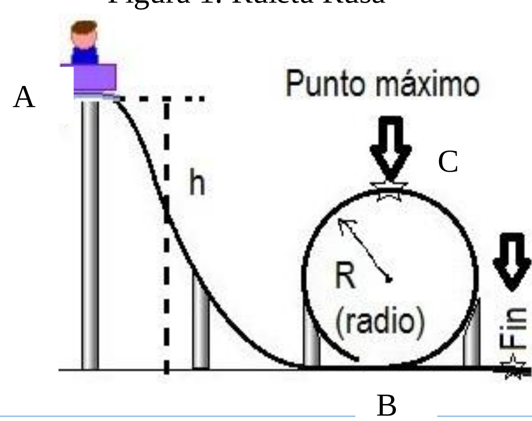
- Una vez visualizado la simulación, el docente realiza los siguientes cuestionarios: ¿Qué fenómeno han observado? ¿Qué situaciones pueden reconocer en la simulación? ¿Qué tipo de energías se puede observar? Al obtener una lluvia de ideas el docente menciona que iniciarán con un experimento de laboratorio sobre la conservación de la energía mecánica.
- El docente menciona que el propósito de esta sesión es que los estudiantes Expliquen y demuestran cualitativa y cuantitativamente la relación entre las energías cinética y potencial. Demostrando la conservación de la energía en la experimentación.

DESARROLLO (80 minutos)

- El docente utilizando la estrategia de numeración forma grupos de 5 estudiantes, e indica que realizaran las anotaciones de la experiencia en sus cuadernos de trabajo.
- El docente hace entrega de la guía de practica titulada “CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA”
- El docente plantea un problema, ¿la energía se conserva a medida que un objeto circular realiza una trayectoria como la mostrada en la simulación?
- Los estudiantes identifican las variables (independiente: trayectoria dependiente: conservación de la energía) plantean una hipótesis, a cerca del problema propuesto por el docente.
- El docente pide al estudiante, que preparen y armen el plano inclinado como se muestra en la gráfica en la ficha de experimentación.
- El estudiante sigue las instrucciones del docente. Y empieza a desarrollar los experimentos.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Figura 1. Ruleta Rusa



PROCEDIMIENTOS:

1. Realice el armado de sistema representado por la figura 1.
2. Realice las medidas de:

$$\boldsymbol{masa\ esfera =}$$

$$\boldsymbol{r =}$$

3. Utilizando la fuerza centrípeta. Calcule la velocidad que debe de alcanzar la esfera en el punto C.

$$\boldsymbol{P = F_C}$$

$$\boldsymbol{mg = \frac{mv^2{}_C}{r}}$$

$$\boldsymbol{v_C = \sqrt{gr}}$$

4. Calcule la altura mínima en el que debe de situarse la esfera, para que realice el trayecto completo sin caerse en el punto C. utilice la ecuación de la conservación de la energía en el punto A y C.

$$\boldsymbol{K_A + U_g = K_B + U_B}$$

$$\boldsymbol{h_A = \frac{1}{g}\left(\frac{1}{2}v^2{}_C + gh_C\right)}$$

5. Halle la velocidad mínima que debe alcanzar la esfera en la posición B, para realizar con total normalidad el recorrido de su trayectoria.

$$\boldsymbol{K_A + U_g = K_B + U_B}$$

$$\boldsymbol{v_B = \sqrt{2gh_A}}$$

6. Realice la experimentación, soltando la esfera desde la posición de la $\boldsymbol{h_A}$.

a. ¿Qué sucede con la esfera? ¿tuvo alguna dificultad para realizar su recorrido por su trayecto?

b. Calcule la energía mecánica en la posición A y B. ¿existe alguna diferencia en las energías?

7. Repita los procedimientos 6 pero esta vez con los puntos en B y C. luego en la posición A y C.
8. A que conclusión llegaste con la experiencia que tuviste.
9. Registra tus datos en la siguiente tabla.

	K_A	U_{g_A}	K_B	U_{g_B}	$E_{m_A} = K_A + U_{g_A}$	$E_{m_B} = K_B + U_{g_B}$

10. Representa gráficamente tus valores con un esquema de lo que ocurra en los puntos donde comprobaste la ley de la conservación de la energía.
    - El docente monitorea en cada instante las actividades que realizan los estudiantes.

CIERRE (35 minutos)

- Los estudiantes, escogen a un integrante del equipo para realizar la exposición de resultados obtenidos, en el proceso de la experimentación, utilizando los materiales de laboratorio con lasque trabajaron.
- finalmente, el docente realiza la meta cognición y responden las siguientes preguntas ¿Qué aprendimos hoy? ¿la actividad realizada te ha demostrado que la

energía se conserva? ¿Cuál es la dificultad que tuviste para realizar la actividad?

¿Cómo superarías estas dificultades?

TAREA A TRABAJAR EN CASA:

Resolver los ejercicios del anexo 3.

Traer para la próxima sesión materiales como: un paleógrafo blanco, una regla de 60 cm, lápiz y hoja milimetradas.

MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR:

MINEDU (2012). *Texto escolar de ciencia, tecnología y ambiente del 5*°.

Cuaderno de experimentos.

Una balanza.

Una esfera de diámetro de una canica.

Una regla milimetrada.

Una calculadora científica.

Plumones.

Papelográfo.

Internet.

Guía de practica

Data

EVALUACIÓN:
Evaluación formativa: se utiliza rubrica de evaluación

Bach. Johner NAVARRO PÉREZ

Docente

3.2. Guía de práctica

La conservación de la energía mecánica

Introducción

En esta práctica de laboratorio analizaremos la energía potencial y cinética de una esfera en un plano inclinado, así como también veremos cómo es que la energía potencial gravitacional se transforma en energía potencial elástica.

De otra forma dicho, se sabe que al comprimir o estirar un resorte, se realiza trabajo. Este trabajo realizado se almacena en el resorte en formas de energía potencial elástica.

Objetivos:

Verificar en la experimentación la conservación de la energía mecánica.

Examinar la transformación de la energía potencial en energía cinética.

Examinar la transformación de energía potencial gravitaría en energía elástica.

Marco teórico

La energía

Como se sabe, la energía es la capacidad que tiene una materia para realizar trabajo. De otra forma dicho la materia posee energía como resultado de su movimiento o de la posición respectivamente en relación con las fuerzas quienes la impulsan sobre ella. La radiación electromagnética es otro de los fenómenos en las que se observar que la energía que posee depende de su frecuencia, y su longitud de onda. Este tipo de energía es absorbida por la materia mediante la radiación y recepcionada cuando emite radiación. La energía quien se asocia al movimiento es conocida como energía cinética, mientras que la que se asocia con la posición relativa a la altura se conoce como energía potencial. El ejemplo que podemos mencionar es el de un péndulo en movimiento, que, en el punto más alto de su movimiento, tiene una energía potencial superior a la tiene en la posición del centro de su movimiento, así cuando el péndulo realice su recorrido, también se manifiesta la energía cinética quien depende del desplazamiento que realiza el péndulo. Estas energías son algunas de ellas, ya que en el universo se ha observado que la energía no se crea ni se destruye solo cambia de unas a otras formas.

Transformación y conservación de la energía

La energía se puede presentar en formas muy diferentes en el universo, esto quiere decir, que se puede asociar a la interacción de diferentes materiales que se encuentran en la naturaleza. Así como podemos hacer referencia a la energía química, que consiste en realizar transformaciones a partir de reacciones químicas de diferentes sustancias, o la energía térmica, que hace referencia a la relación de transformación que se asocia a los fenómenos caloríficos, o a la energía nuclear, que asocia al proceso en donde se afectan a la composición atómica de los núcleos y finalmente pode mencionar a la energía luminosa, proceso en el cual interviene la luz, estas y otras formas en la que se transforman las energías se observan a diario en la naturaleza, sin siquiera darnos cuenta de esos procesos.

En el proceso de la transformación de la energía, tenemos que tener en cuenta que, la energía por más que realice un sin fin de transformación nunca se crea ni desaparece. Este es un principio fundamental que se observa en las experimentaciones que realizan en los grandes laboratorios científicos, el principio de la conservación de la energía.

Otra forma de interpretar estas transformaciones de energía, podemos explicarlas mencionado que la sumatoria de las energías ganadas será siempre igual a la sumatoria de las energías perdidas, de este modo la energía se mantiene.

La energía mecánica

De todas las transformaciones que sufre la materia en la naturaleza, lo que interesa a la mecánica, son las asociadas al movimiento y/o velocidad que realizan las partículas. Estas magnitudes se definen en el marco de la dinámica de Newton, de modo que la energía pueda cambiar gracias al movimiento que realiza y la velocidad a la que se desplaza una partícula.

Energía potencial

La energía potencial, es la que se asocia a la posición o posiciones de un objeto con respecto al campo gravitatorio que la atrae. Así como podemos mencionar la situación de una piedra, quien se encuentra a una altura determinada, después de haber sido lanzada con respecto a un punto en el que observador se encuentre, la energía potencial aumentara hasta llegar a la altura máxima a la que se encuentre, y cuando descienda dicha energía ira disminuyendo hasta que sea cero.

Otro tipo de energía potencial podemos observarlo en el estiramiento o compresión de un resorte, ya que, si se empieza a estirar un resorte hasta su máxima capacidad de elasticidad, habrá tenido una energía potencia mayor con respecto a su posición inicial a la que se encontraba antes del estiramiento.

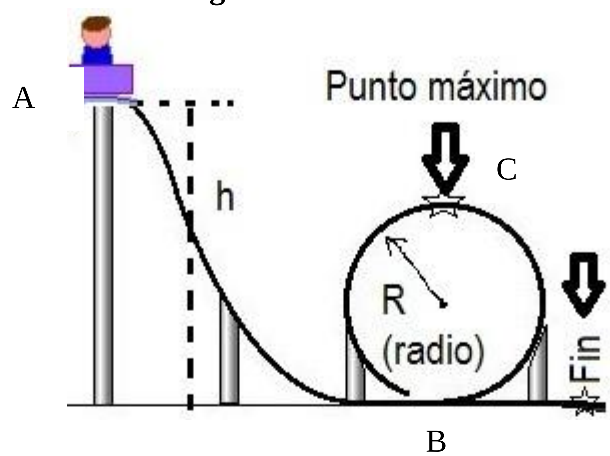
Energía cinética

La energía cinética, es la que se asocia a los cambios de movimiento que realiza un cuerpo. La energía cinética es, por tanto, la energía mecánica que posee un cuerpo en virtud de su movimiento o velocidad.

3.3. Desarrollo de la práctica

Conservación de la energía mecánica

Figura 1. Ruleta Rusa



Procedimientos:

1. Realice el armado de sistema representado por la figura 1.
2. Realice las medidas de:

$$masa\ esfera = 0{,}00025\ \text{kg}$$

$$r = 0{,}155\ \text{m}$$

3. Utilizando la fuerza centrípeta. Calcule la velocidad que debe de alcanzar la esfera en el punto C.

$$P = F_C$$

$$mg = \frac{mv^2{}_C}{r}$$

$$v_C = \sqrt{gr}$$

$$v_C = \sqrt{(9{,}8\ m/s^2)(0{,}0775\ m)}$$

$$v_C = 0{,}87\ m/s$$

4. Calcule la altura mínima en el que debe de situarse la esfera, para que realice el trayecto completo sin caerse en el punto C. utilice la ecuación de la conservación de la energía en el punto A y C.

$$K_A + U_g = K_B + U_B$$

$$h_A = \frac{1}{g}\left(\frac{1}{2}v^2{}_C + gh_C\right)$$

$$h_A = \frac{1}{9{,}8\, m/s^2}\left(\frac{1}{2}(0{,}87 m/s)^2 + (9{,}8\, m/s^2)\ (0{,}155\, m)\right)$$

$$h_A = 0{,}194\, m$$

5. Halle la velocidad mínima que debe alcanzar la esfera en la posición B, para realizar con total normalidad el recorrido de su trayectoria.

$$K_A + U_g = K_B + U_B$$

$$v_B = \sqrt{2gh_A}$$

$$v_B = \sqrt{2(9{,}8\, m/s^2)(0{,}194\, m)}$$

$$v_B = 1{,}95\, m/s$$

6. Realice la experimentación, soltando la esfera desde la posición de la h_A.

   c. ¿Qué sucede con la esfera? ¿tuvo alguna dificultad para realizar su recorrido por su trayecto?

La esfera desde esta posición cuando $h_A = 0{,}194\, m$ realiza con total normalidad su trayecto, hasta finalizar.

d. Calcule la energía mecánica en la posición A y B. ¿existe alguna diferencia en las energías?

$$K_A + U_g = K_B + U_B$$

$$4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J = 4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J$$

$$\text{en la posicion A la energia potencial es la maxima } 4{,}753 \cdot 10^{-4} \text{ J y la energia cinetica es cero. En cuanto a la posicion B la eenrgia potencial es cero y la energia cinetica es maxima } 4{,}753 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Demostrándose de esta forma que la energía mecánica se conserva en cualquier punto de su recorrido.

7. Repita los procedimientos 6 pero esta vez con los puntos en B y C. luego en la posición A y C.
8. A que conclusión llegaste con la experiencia que tuviste.

La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma en otras formas de energía, en este caso se transforma de energía potencial a cinética y viceversa porque son fuerzas conservativas donde despreciamos el trabajo que realiza el rozamiento.

9. Registra tus datos en la siguiente tabla.

$\boldsymbol{K_A}$	$\boldsymbol{U_{g_A}}$	$\boldsymbol{K_B}$	$\boldsymbol{U_{g_B}}$	$\boldsymbol{E_{m_A} = K_A + U_{g_A}}$	$\boldsymbol{E_{m_B} = K_B + U_{g_B}}$
0	$4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J$	$4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J$	0	$4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J$	$4{,}753 \cdot 10^{-4}\, J$

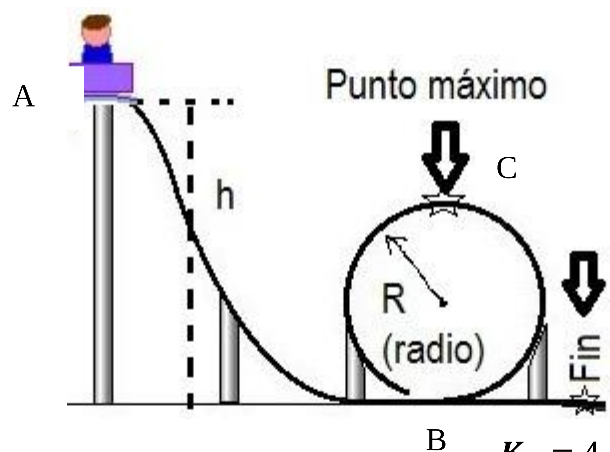
	K_A	U_{g_A}	K_c	U_{g_c}	$E_{m_A} = K_A + U_{g_A}$	$E_{m_C} = K_C + U_{g_C}$

	K_B	U_{g_B}	K_C	U_{g_C}	$E_{m_B} = K_B + U_{g_B}$	$E_{m_C} = K_C + U_{g_C}$

10. Representa gráficamente tus valores demostrados. Ley de la conservación de la energía.

$U_{g_A} = 4{,}753 \cdot 10^{-4}\,J$

$K_A = 0$



$K_B = 4{,}753 \cdot 10^{-4}\,J$

$U_{g_B} = 0$

Síntesis

Sistema y medio ambiente. Un sistema puede ser únicamente un objeto o partícula, así como también un conjunto de objetos o partículas, una región del espacio que puede ser capaz de variar de tamaño y forma. Y este, está constituido por una frontera imaginaria, que puede o no coincidir con la superficie física. La frontera imaginaria divide al universo del sistema, así como también al ambiente del sistema.

Trabajo realizado por una fuerza constante W "Que ejerce una fuerza constante sobre un sistema, es el producto de la componente $Fcos\theta$ de la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza, por la magnitud Δr del desplazamiento" (Serway & Jewet, 2004, p.179).

$$W = F\Delta rcos\theta$$

Además, es de consideración que el trabajo es una magnitud escalar, no tiene una dirección asociada, sus unidades en SI es el newton por metro (N m), que es igual a Joule (J).

Importancia del ángulo en el trabajo. La ecuación del trabajo es positivos, si F y Δr forman ángulos mayores e iguales a 0° y menores a 90°.

$$W = F\Delta rcos\theta$$

$$W = F\Delta rcos0°$$

$$W = F\Delta r(1)$$

$$W = F\Delta r$$

Si la fuerza F va en dirección contraria al Δr, entonces, realiza trabajo negativo. F y Δr es mayor a 90° y menor igual a los 180°.

$$W = F\Delta rcos\theta$$

$$W = F\Delta r cos180°$$

$$W = F\Delta r(-1)$$

$$W = -F\Delta r$$

Si F y Δr forma ángulo de 90°, como es el caso de las fuerzas normal y el peso, el trabajo realizado es negativo, ya que la fuerza no realiza ningún desplazamiento.

$$W = F\Delta r cos\theta$$

$$W = F\Delta r cos90°$$

$$W = F\Delta r(0°)$$

$$W = 0$$

El trabajo neto realizado por fuerzas constantes. El trabajo neto, trabajo total o trabajo de las fuerzas resultantes, es igual a la suma algebraica de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

$$W_{NETO} = W_{FN} + W_F + W_{FK} + W_P$$

$$W_{NETO} = (F_N + F - F_K + P)\Delta r$$

$$W_{NETO} = F_{resultante}\Delta r$$

$$W_{NETO} = mad$$

Trabajo realizado por una fuerza variable. "En consecuencia, el trabajo invertido por F_x en la partícula conforme se traslada de x_i a x_f se puede expresar como $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$. Esta ecuación se reducirá a $W = F\Delta r cos\theta$ si la componente $F_x = F cos\theta$" (Serway & Jewet, 2008, p.169).

El trabajo neto realizado por fuerzas variables. En el caso en el que, a la partícula se aplica más de una fuerza. Entonces podemos definir a la ecuación como la sumatoria escalar de los trabajos realizados por cada fuerza. Alternativamente, podemos mencionar que el trabajo realizado sobre el sistema, es el trabajo realizado por la fuerza neta.” Si expresamos la fuerza neta en la dirección x como $\sum F_x$, entonces el trabajo neto realizado sobre la partícula cuando se mueve de x_i a x_f es

$$W_{NETO} = \int_{x_i}^{x_f} (\sum F_x).dx$$

Trabajo realizado por un resorte. El trabajo que realiza F_S sobre el cuerpo cuando esta se desplaza de $x = x_i$ hasta $x = x_f$ será,

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s\,dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2 \Big|_{x_i}^{x_f}$$

$$W = \frac{1}{2}k{x_{x_i}}^2 - \frac{1}{2}k{x_{x_f}}^2$$

Trabajo mecánico en tres dimensiones. “Si F_x, F_y y F_z son las componentes rectangulares de F y dx dy y dz las de, dr” (Alonso & Finn, 1976, p.206). Podemos escribir la ecuación del trabajo realizado en tres dimensiones de la forma:

Donde,

$$\sum F = F_x + F_y + F_z$$

$$dr = dx + dy + dz$$

$$W = \int_{r1}^{r2} (F_x\, dx + F_y dy + F_z dz)$$

$$W_{NETO} = \int_{r_1}^{r_2} (\sum F) dr$$

Energía cinética y el teorema del trabajo-energía cinética. Para hallar el trabajo realizado cuando la partícula se desplaza con una rapidez, bajo la influencia de determinas fuerzas; utilizaremos el teorema de trabajo-energía cinética, que lo calcularemos de la siguiente manera.

$$W_{NETO} = \frac{1}{2} m{v_f}^2 - \frac{1}{2} m{v_i}^2$$

$$W_{NETO} = K_f - K_i = \Delta K$$

Entonces podemos definir que la energía cinética K de una partícula de masa m que se mueve con una rapidez v es igual a:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

La energía cinética en tres dimensiones. Para calcular la energía mecánica en tres dimensiones cuando una partícula se desplaza desde A a B tomaremos como ecuación principal a

$$W = \frac{1}{2} m\left({v_{B_x}}^2 - {v_{A_x}}^2\right) + \frac{1}{2} m\left({v_{B_y}}^2 - {v_{A_y}}^2\right) + \frac{1}{2} m\left({v_{B_z}}^2 - {v_{A_z}}^2\right)$$

$$K = \frac{1}{2} m{v_B}^2 - \frac{1}{2} m{v_A}^2$$

Energía potencial. La energía cinética potencial gravitacional $\cup_g$ de un cuerpo de masa m a una altura viene dada por:

$$\cup_g = mgy$$

Energía mecánica en un sistema aislado. La ecuación que nos permitirá calcular la energía mecánica en un sistema aislado es:

$$\Delta K + \Delta \cup = 0$$

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Donde la energía cinética y energía potencial en un sistema aislado se mantienen. A la suma de la energía potencial y la energía cinética se le llama energía mecánica.

Energía potencial elástica "Se puede percibir como la energía almacenada en el resorte deformado (…) La energía potencial elástica almacenada en un resorte es cero siempre que el resorte no esté deformado (x = 0)" (Serway & Jewet, 2008, p.180).

$$\cup_s = \frac{1}{2}kx^2$$

Ley de la conservación de la energía mecánica. Como menciona Hewitt (2007) "la energía no se puede crear ni destruir, se puede transformar a otra, pero la cantidad total de energía nunca cambia" (p. 117).

De esto podemos afirmar que, la energía mecánica se conserva en todo momento como lo muestra la ecuación:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0$$

Fuerzas conservativas y energía potencial mecánica. Una fuerza conservativa siempre trata de llevar el sistema a una energía potencial menor.

El trabajo realizado por $F_x(x)$ durante ese desplazamiento será aproximadamente a $F_x(x)\Delta x$, se dice aproximadamente por el hecho de que en este pequeño intervalo podría cambiar la fuerza que se aplica. (Hugh & Freedman, 2009). Pero se puede ver que, se cumple aproximadamente que,

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U$$

$$F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

De esta ecuación podemos mencionar que "la fuerza conservativa que actúa entre elementos de un sistema es igual al negativo de la derivada de la energía potencial asociada con dicho sistema" (Serway & Jewet, 2004, p.224).

Fuerza y energía potencial en tres dimensiones. Para calcular los movimientos que realiza una partícula en las tres dimensiones x, y, z, tomemos las componentes de las fuerza F_x, F_y y F_z. "El cambio de energía potencial ΔU cuando la partícula se mueve una distancia pequeña Δx en la dirección x está dada otra vez por $-F_x(x)\Delta x$; no depende de F_y ni de F_z, que representan las componentes de la fuerza perpendicular al desplazamiento que no efectúan trabajo" (Hugh &Freedman, 2009, p.233). Entonces tenemos de nuevo la relación que se aproxima a:

$$F_x(x) = \frac{-\partial U}{\partial x}$$

$$F_y(y) = \frac{-\partial U}{\partial y}$$

$$F_z(z) = \frac{-\partial U}{\partial z}$$

Debemos usar vectores unitarios para escribir una sola expresión vectorial compacta para la fuerza $\vec{F}$

$$\vec{F} = -(\frac{\partial U}{\partial x} i + \frac{\partial U}{\partial y} j + \frac{\partial U}{\partial z} k)$$

Potencia. Así como menciona Serway & Jewet, (2004): ¨Si se aplica una fuerza externa a un objeto (para el que adoptaremos el modelo de partícula), el trabajo realizado por esta fuerza W en el intervalo de tiempo Δt¨ (p.198) es:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Eficiencia y rendimiento. La eficiencia mecánica de una máquina es "la razón de la salida de potencia útil producida por la maquina a la entrada de potencia suministrada a la maquina" (Hibbeler, 2004, p.182).

$$n = \frac{P_{util}}{P_{suministrada}} x100\%$$

Velocidad de escape, "la velocidad de escape es la minina velocidad inicial v_0 necesaria para que un proyectil disparado verticalmente en la superficie de la tierra pueda escapar de fuerza gravitatoria" (Kane & Sternheim, 1989, p.141).

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Energía de enlace. Si un objeto se halla a una pequeña altura *h* sobre la superficie de la tierra, su energía potencial es:

$$U = -G\frac{M_T m}{(R_T + h)} \approx G\frac{M_T m}{M_T}(1 - \frac{h}{R_T})$$

Energía de un satélite en órbita. La energía total de un satélite en órbita circular puede calcularse a partir de la ecuación:

$$E = -G\frac{M_T m}{2r}$$

Apreciación crítica y sugerencias

El estudio del trabajo, potencia y energía en la física, es uno de las temáticas fundamentales que debe de saber el estudiante que quiera seguir estudios, en carreras afines, ya que estos conceptos claves le servirán, la fácil comprensión de temas que se abordaran en cursos avanzados de la física. Estos contenidos son muy importantes para la comprensión de fenómenos que pasan diariamente en nuestras vidas, que a veces las pasamos por alto, sin preguntar cuál es el significado o explicación físico. Como son el caso de, él porque nos encontramos sujetos a este planeta.

Para llegar a entender, estos conceptos serán necesario, que el estudiante, relacione cada uno de los conceptos mencionados con la realidad, ya que, a partir de ello, le será más fácil llegar a conclusiones a cerca de fenómenos físicos que están involucrados en los temas analizados en el trabajo.

Para empezar el estudio de los conceptos abordados, es requisito primordial, que el estudiante domine conceptos como la fuerza, la aceleración, la velocidad, la fuerza gravitacional, el peso, el tiempo, el desplazamiento, trayectoria entre otros conceptos básicos de la física. Ya que sin el conocimiento de estos conceptos básicos se tendrá dificultad para comprender los temas fundamentales abordados en el presente trabajo.

También es necesario mencionar y recordar que, para llevar acabo el estudio sin ninguna dificultad, se le sugiere, recordar los temas relacionados a las integrales y derivadas, ya que en algunas situaciones que necesiten el estudio más minucioso, se requerirán la aplicación de estos temas para obtener resultados más acertados, como son el caso del trabajo que realiza una fuerza variable, que para hallarla es necesario aproximar al límite.

Es imprescindible también, manejar adecuadamente las unidades de medida en SI, ya que estas unidades son las que dan razón de ser a los resultados que se obtienen al calcular fenómenos físicos que involucren el trabajo, potencia y energía.

Una de las sugerencias más importantes que se hace a los estudiantes o personas que estén interesados en el estudio de estos contenidos; es que, a medida vaya estudiando cada uno de los conceptos, la realice de manera experimental, ya que la manipulación y la interacción con los fenómenos directamente, llevara a una comprensión más significativa.

Referencias

Alonso, M. & Fin, E. J. (1970). *Física volumen I mecánica*. Madrid, España: Editorial Fondos Educativos Interamericano.

De la Cruz, G. (Sin fecha). *Física para educación secundaria*. Lima, Perú: Editorial Coveñas.

Hibbeler, R., C. (2004). *Mecánica vectorial para ingenieros: dinámica* (recuperado de https://books.google.com.pe/books?id=eopv-ycSy7MC&pg=PA182&dq=eficiencia+mecanica&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwipsMuF4ZXdAhXGmOAKHTzRDq8Q6AEIJjAA#v=onepage&q=eficiencia%20mecanica&f=false)

Hewitt, P. G. (2007). *Física conceptual*. Naucalpan de Juárez, México: Editorial Pearson Educación.

Hugh, Y. D. & Freedman, R. A. (2009). *Física Universitaria volumen 1*. Naucalpan de Juárez, México: Editorial Pearson Educación.

Kane J. W. & Sternheim, M. M. (1989). *Física*. Segunda edición (recuperado de https://books.google.com.pe/books?id=lj5kLw2uxGIC&pg=PA141&dq=velocidad+de+escape+fisica&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj3ypCDpZrdAhWowFkKHRbFCqQQ6AEIOTAD#v=onepage&q=velocidad%20de%20escape%20fisica&f=true).

Serway, R. A. y Jewett, J. W (2004). *Física I texto basado en cálculos*. México, D. F: Editorial Thomson Learnig.

Serway, R. A. &Jewett, J. W (2008). *Física para ciencia e ingeniería*. México, D. F: Cengage Learning Editores, S.A. de C.V (recuperado de http://fis.ucv.cl/docs/FIS-131/textos/Serway-septima-edicion-castellano.pdf).

Tipler, P., A. (1991). *Física preuniversitaria, Volumen 1*. (recuperado de https://books.google.com.pe/books?id=KQz1mq-jfDEC&pg=PA143&dq=energia+potencial&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjThaLg_5XdAhUEWN8KHfygC0sQ6AEIOTAD#v=onepage&q=energia%20potencial&f=false).

Apéndices

Apéndice A

Rúbrica de evaluación

CAPACIDAD	INDICADORES	MUY BUENO (15-20 puntos)	BUENO (10-15 puntos)	REGULAR (5-10 puntos)	DEFICIENTE (0-5 puntos)
Genera y registra datos e información	I. Obtiene datos considerando la manipulación de más de una variable independiente para medir la variable dependiente.	Los datos obtenidos son correctos, y la manipulación de las variables independientes para comprobar las variables dependientes es correcta.	Los datos obtenidos son correctos, pero al comprobar las variables se obtiene datos errados	La obtención de los datos tiene algunos errores, pero toma en cuenta las variables dependientes a comprobar	La obtención de los datos es incorrecta, no toma en cuenta las variables independientes como base para comprobar las variables dependientes.
	II. Organiza datos o información en tablas y los representa en diagramas o gráficas que incluyan la incertidumbre de las mediciones.	La organización de los datos en las tablas es correcta, y la representación gráfica muestra el fenómeno estudiado.	La organización de los datos en las tablas es correcta, pero no explica los valores obtenidos en la gráfica realizada.	Tiene errores en la organización de los datos en las tablas, y la representación gráfica es regular	No organiza adecuadamente los datos en las tablas, y la representación gráfica del fenómeno es incorrecto.

Analiza datos o información	III. Extrae conclusiones a partir de la relación entre sus hipótesis y los resultados obtenidos en su indagación, en otras indagaciones o en leyes o principios científicos; valida la hipótesis inicial.	Las conclusiones obtenidas son claras y responden a las hipótesis planteadas, y los resultados obtenidos son correctos.	La conclusión responde a la hipótesis planteada, pero los datos obtenidos tiene un grado de error.	La conclusión tiene algunas relaciones con las hipótesis planteadas, y los resultados obtenidos son errados.	La conclusiones no tiene fundamento ni relación con la demostración de la conservación de la energía

Apéndice B

Lista de notas de los estudiantes del 5° "A"

Resultado de las evaluaciones de las rúbricas

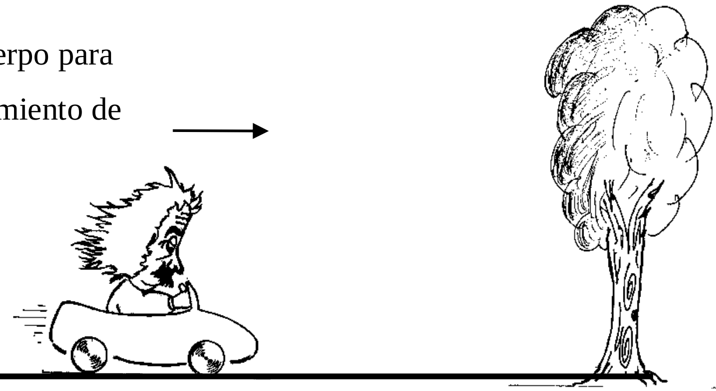
Grupo N°1		I	II	III	PROMEDIO
1	ABALOS CARDENAS, Nicole Stefany	16	14	14	15
2	AGUILAR LUJAN, Creysi Yandira	16	14	14	15
3	AGUIRRE MANCILLA, Denissa Y.	16	16	14	15
4	BAUTISTA LAPA, Ruth Raquel	16	16	14	15
5	CCENTE HUAMAN, Abigail	16	16	14	15
Grupo N°2					
6	CHAVEZ MENESES, Flor Medalyd	18	15	16	16
7	CURO QUISPE, Sarai Alina	14	18	14	15
8	FIDEL LOPEZ, Jazmín Maite	16	16	14	15
9	GALARZA VARGAS, Xiomara D.	12	15	13	13
10	GODOY PRADO, Madeleyde	10	11	12	11
Grupo N°3					
11	HACHA LAPA, Heydi Jasmin	12	15	14	14
12	HUARANCCA LOPE, Gandy Angela	16	16	14	15
13	JERI RICRA, Yulisa	13	15	11	13
14	MATOS COAQUERA, Jasmín Sofia	18	14	13	15
15	MAURICIO ROMERO, Mayfre	12	15	13	13
Grupo N°4					
16	NOLGO CHAHUA, Zaida Luz	14	18	16	16
17	PORTOCARRERO ROMERO, Thalia	15	18	18	17
18	RIVAS VASAYO, Iris Dayli	10	11	10	10
19	RODRIGUEZ VARGAS, Niveska M.	12	14	17	14
20	ROMERO TENORIO, Britney Jennifer	12	13	15	13
21	SOLIER SANTIAGO, Reyna Maribel	10	11	11	11
Grupo N°5					
22	VARGAS INGA ELIANA	20	18	17	18
23	HUAMAN HUAYNACERO NICOL	14	13	12	13
24	MORALES CALLE LUZ MARITHE	15	16	18	16
25	PALOMINO QUISPE MELIZA	14	18	20	17
26	CARDENAS QUISPE JENIFER	12	15	16	14
27	JAUREGUI LOPEZ CLEOFE	14	18	16	16

Apéndice C

Hoja de trabajo

*__ENERGÍA CINÉTICA__ (E_K)

Es la capacidad que tiene un cuerpo para efectuar trabajo gracias al movimiento de traslación que experimenta.



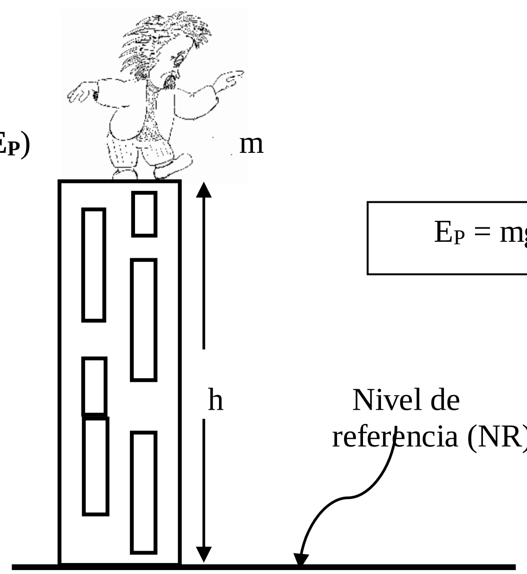
$$E_K = \frac{1}{2} mv^2$$

Donde:

E_K: Energía Cinética (Joules)
m: masa (kilogramos)
V: velocidad (m/s)

*__ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA__ (**E_P**)

Es la energía almacenada en un cuerpo debido a su ubicación, teniendo el potencial de ser utilizado para realizar un trabajo.
Esta energía está relacionada a la interacción gravitacional entre los cuerpos. La energía potencial depende de la masa del cuerpo, de su altura (posición) respecto de un sistema de referencia.



$$E_P = mgh$$

Donde :

E_P: Energía potencial Gravitatoria (Joule)
m: masa (kilogramos)
V: velocidad (m/s)

NOTA:

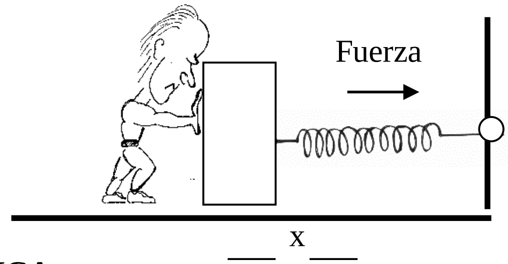
Si "E_P" : es positivo, si el cuerpo se ubica encima del nivel de referencia (NR).

Si "E_P" : es igual a cero, si el cuerpo se encuentra en la línea de referencia (h=0).

Si "E_P" : es negativo si el cuerpo se encuentra por debajo del nivel de referencia (NR)

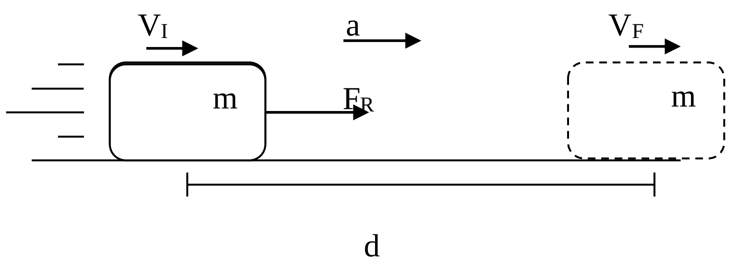
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA (E_{PE})

Es la energía almacenada por los cuerpos elásticos al estirarse o comprimirse.
Esta energía está asociada a las interacciones de las partes del cuerpo elástico, cuando se encuentra deformado.



TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

"El trabajo realizado por la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo"



$$\boxed{W_{TOTAL} = E_{Ci} - E_{Cf}}$$

El trabajo realizado sobre el cuerpo, sólo depende de su masa "m" y de sus velocidades V_i y V_f
Por lo tanto, no importa conocer la fuerza F_R ni la trayectoria.
El teorema del trabajo-energía es válido tanto para fuerzas constantes como para fuerzas variables que actúen sobre el cuerpo.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA

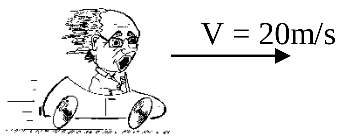
En un cuerpo o en un sistema, el trabajo que realiza las fuerzas no conservativas será igual al cambio o variación de su energía mecánica.

$$\boxed{W_{TOTAL} = E_{MF} - E_{MI}}$$

*Una fuerza no conservativa es aquella fuerza que al ser aplicada a un cuerpo realiza trabajo que depende de la trayectoria que describe. (La fricción)

*Una fuerza es conservativa, si el trabajo que realiza al actuar sobre un cuerpo no depende de la trayectoria, sólo depende de la posición inicial y la posición final. Por ejemplo, el peso, fuerzas elásticas (resortes).

1. Calcule la energía cinética del automóvil de masa 600kg.



a) 120KJ b) 140 c)120
d) 155 e) 118

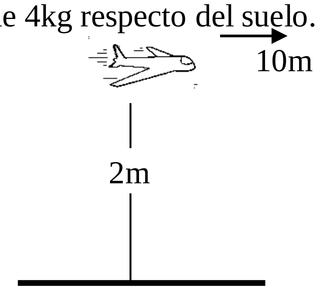
2. Encontrar la energía cinética de un vehículo de 20 kg cuando alcance una velocidad de 72 km/h.

a) 7KJ b) 4 c) 9
d) 5 e) 18

3. Calcular la energía potencial gravitatoria con respecto al piso de una piedra de 4kg ubicada a una altura de 3 m.($g = 10 m/s^2$)

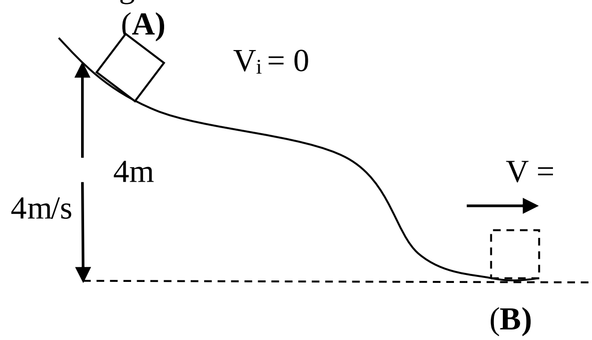
a) 79J b) 140 c) 120
d) 155 e) 118

4. Calcule la energía mecánica del avión de juguete de 4kg respecto del suelo.



a) 179J b) 240 c)320
d) 280 e) 218

5. Calcule la E_M en (A) y (B) para el bloque de 2kg.



a) 50 y 30J b) 40;20 c) 60;60
d) 16