UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle

Alma Máter del Magisterio Nacional

FACULTAD DE CIENCIAS

Escuela Profesional de Matemática e Informática

MONOGRAFÍA

FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA LÓGICA. Lógica proposicional. Las leyes lógicas. Equivalencia lógica. Inferencia lógica. Cuantificadores. Paradojas. Contraejemplos. Métodos de demostración de teoremas. Demostración por inducción El Método axiomático. Didáctica de la Lógica proposicional. Resolución de problemas de razonamiento lógico. Desarrollo de capacidades y competencias matemáticas.

Examen de Suficiencia Profesional Res. Nº 0760-2019-D-FAC

Presentada por:

Castillo Rojas, Luis Alberto

Para optar al Título Profesional de Licenciado en Educación

Especialidad: Matemática e Informática

Lima, Perú

2019

MONOGRAFÍA

FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA LÓGICA. Lógica proposicional. Las leyes lógicas. Equivalencia lógica. Inferencia lógica. Cuantificadores. Paradojas. Contraejemplos. Métodos de demostración de teoremas. Demostración por inducción El Método axiomático. Didáctica de la Lógica proposicional. Resolución de problemas de razonamiento lógico. Desarrollo de capacidades y competencias matemáticas.

Designación de Jurado Resolución N° 0760-2019-D-FAC

Dra. Mesías Borja, Dora Escolástica
Presidente

Mg. Gámez Torres, Aurelio Julián
Secretario

Lic. Dávila Huamán, Vicente Carlos
Vocal

Línea de Investigación: Currículum y formación profesional de educación

Dedicatoria

Este trabajo es dedicado a mi familia por su apoyo permanente y a todos los maestros que con su dedicación y eficiencia contribuyen en el mejoramiento de la educación y en la búsqueda de un país más justo.

Índice de contenidos

Lista de tablas

Lista de figuras

Introducción

Hoy en día sabemos que la lógica se remonta desde la aparición del hombre, esto es por la necesidad de entender a la naturaleza y al mundo que nos rodea. Esta curiosidad propio del hombre primitivo por observar y saber el cómo sucedían las cosas en la naturaleza lo llevaron a pensar utilizando su raciocinio.

La lógica es tan antigua como la filosofía. La palabra lógica se deriva del vocablo griego logos, cuyo significado es Razón y ley de palabras.

Muchas personas en el tiempo se encargaron de definir lo que es la lógica, de los más renombrados tenemos a Aristóteles (considerado el fundador de la lógica), de igual modo a Platón y Euclides.

De esta forma fueron dándose muchos más personajes vinculados no solamente a la filosofía sino también a las matemáticas, religión, entre otros, que nos dieron sus aportes con respecto a este tema.

Uno de los más destacados en mi opinión fue Descartes, quien expone el método científico; fue fundador de la nueva ciencia de la geometría analítica en donde establece como criterio de verdad la claridad y la distinción de las ideas.

Lógica en el siglo XX están representados por Augustus de Morgan, Bertrand Rusell; Morgan y George Boole; ellos dejaron grandes aportes para un mejor entendimiento de este tema.

Hoy en día, está en nuestras manos seguir el legado de estos grandes hombres, aportando con la enseñanza a las nuevas generaciones.

Capítulo I

Introducción a la lógica

1.1 Lógica

Muchos son los conceptos y definiciones que se tiene con respecto a la lógica, uno de estos nos dice que:

> La lógica está considerada como una ciencia formal que se encarga de estudiar los principios y procesos válidos del razonamiento humano. Como es conocido hoy en día razonamiento el Inductivo y el Deductivo. En el primer caso, está relacionado a la inducción que es un proceso que lleva consigo una conclusión general a partir de casos particulares. Mientras que el razonamiento deductivo es el método lógico que lleva desde lo general a lo particular (Figueroa, 2016, p.1).

1.2 Objeto de estudio de la lógica

El objetivo principal de la lógica es la necesidad de relacionar conceptos, para luego formular juicios que nos llevará a los razonamientos.

Otro de los objetivos de la lógica es el pensamiento que viene a ser un producto del pensar.

1.3 Importancia de la lógica

En los últimos tiempos esta ciencia es de gran ayuda no solamente en el área de las matemáticas sino también en diversas áreas como la informática, la medicina etc.

Con ayuda de la lógica se minimiza la cantidad de errores que podemos tener ya que nos enseña a pensar teniendo un sentido lógico, nos permite también cuestionar de lo que somos y hacia dónde vamos.

Capítulo II

Lógica posicional

2.1 Lógica posicional

Es parte de la lógica que se encarga de estudiar la formación de proposiciones complejas a partir de proposiciones simples. En otras palabras diremos que las proposiciones son enunciados.

2.1.1 Enunciados y valor de verdad.

Enunciados son expresiones que se representa mediante letras que pueden ser verdaderas o falsas, pero no ambas cosas.

Enunciados abiertos: Se denominan así a ciertas expresiones que se pueden entender de diversas maneras que pueden ser en ciertos casos verdadero y para otro falso.

Ejemplos:

- $2x - 3 < 7$
- Él es un escritor peruano.

2.2 Proposición

2.2.1 Definición.

Proviene el latín propósito, propositionis. Es el acto por medio del cual se expresa algo que consideramos o pensamos. Este término se puede aplicar a diversas áreas como la filosofía, la gramática, la lógica, la matemática o como no el derecho.

2.2.2 Proposiciones lógicas.

Son enunciados donde su propiedad básica es el de ser verdadera (V) o falsa (F) pero no ambas cosas a la vez. “Las proposiciones son representadas mediante las letras minúsculas tales como p; q; r; s; etc...” (Figueroa, 2016, p.1).

Si queremos representar muchas proposiciones se acostumbra a usar subíndices como se indica a continuación:

p_1 ; p_2 ; p_3 ; … ; p_n

2.2.3 Valor de verdad de una proposición.

El $P_{(x)}$ se lee: “P de x” es un polinomio en x.

Ejemplo: Si el polinomio dado es $P_{(x)} = x^2 – 3x + 4$, donde $x = 5$

Entonces: $P_{(5)} = 5^2 – 3(5) + 4$

$P_{(5)} = 14$

Análogamente si P es una proposición su valor de verdad se denota por $V_{(p)}$ entonces:

$V_{(p)} = V$ o $V_{(p)} = F$

Ejemplo:

Proposición	**Valor de verdad**
p : Mario Vargas Llosa nació en Arequipa	$V_{(p)} = V$
q: El número 2450 de divisible por 3	$V_{(q)} = F$
r: Todos los hombres nos son mortales	$V_{(r)} = F$

2.2.4 Expresiones no proposicionales.

"Son aquellos enunciados que indican una pregunta, una orden o una exclamación" (Figueroa, 2016, p.2).

También podemos decir que los enunciados que utilizan las palabras "él", "ella" y que utilizan las variable x; y; z.

Ejemplo:

- ¿Cuántos años tienes?
- Silencio
- ¡Arriba el Perú!
- Ella está mirando el mar.
- $x + 2 > 6$

2.3 Conectivos lógicos

Llamados también constantes proposicionales, son los términos básicos de enlace entre proposiciones lógicas simples (Figueroa, 2016).

Tabla 1

Frecuencias

Conector lógico	**Operación lógica**	**Esquema**	**Significado**
$\wedge$	Conjunción	$p \wedge q$	p y q
$\vee$	Disyunción	$p \vee q$	p o q
Δ	Disyunción exclusiva	$p \Delta q$	O p o q
$\rightarrow$	Condicional	$p \rightarrow q$	Si p entonces q
$\leftrightarrow$	Bicondicional	$p \leftrightarrow q$	p si y solo si q
$\sim$	Negación	$\sim p$	No p

Nota: Muestra la simbología de los conectores lógicos y la forma como se lee. Fuente: Autoría propia.

2.4 Clases de proposiciones

2.4.1 Proposiciones simples.

También llamadas atómicas, son aquellas que no tienen conectores lógicos y carecen del adverbio de negación “no” (Figueroa, 2016).

Estas se representa por una sola variable que puede ser: p; q; r; s; etc.

Ejemplo:

La matemática es una ciencia

2.4.2 Proposiciones compuestas.

Proposiciones Compuestas o Moleculares son aquella que tienen dos o más significados unidos por conjunciones gramaticales a diferencia de las proposiciones simples, este puede contener le adverbio “no”.

Ejemplo:

Joaquín estudia y practica futbol.

Los alumnos conocen a los deshonestos y los desprecian.

2.5 Operaciones con proposiciones

2.5.1 La negación.

También llamada proposición de la proposición "p" a otros se le denota por "~p" y que se lee: "no p" o "no es cierto que p" (Figueroa, 2016).

El valor de verdad o falsedad queda determinado por la siguiente tabla:

Tabla 2
La negación

P	**~ p**
V	F
F	V

Nota: Muestra la negación de cada proposición.
Fuente: Autoría propia.

2.5.2 La conjunción.

"Dada la proposición p y q, la conjunción es el resultado de comparar estas proposiciones mediante un conectivo lógico y se representa mediante el símbolo " $\wedge$ ", se escribe "p $\wedge$ q" y se lee p y q" (Figueroa, 2016, p.4).

Ejemplo:

Sean las proposiciones:

p: La pizarra es blanca

q: 7 es un número par

La proposición conjuntiva es verdadera únicamente las dos proposiciones son verdaderas, en cualquier otro caso son falsas.

$$V_{(p)} = V \text{ y } \quad V_{(q)} = F$$

Ejemplo:

r: La pizarra es blanca y 7 es un número par entonces: $V_{(r)} = F$

Se puede resumir en la siguiente tabla:

Tabla 3
La conjugación

P	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Nota: Será verdadera cuando ambas son verdaderas. Fuente: Autoría propia

2.5.3 La disyunción inclusiva.

Esta resulta de unir las proposiciones p y q con el conectivo “o” el cual se denota por el símbolo “ ∨ ”, se escribe “p v q” se lee: p o q (Figueroa, 2016).

Dadas las proposiciones p y q, la disyunción inclusiva es verdadera si y solo si por lo menos una de ellas, es verdadera, resultando falsa solamente cuando las dos sean falsas.

Su tabla de verdad es:

Tabla 4
La disyunción inclusiva

P	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Nota: Será verdadera cuando ambas son verdaderas. Fuente: Autoría propia.

2.5.4 La disyunción exclusiva.

La palabra “o” suele usarse en el sentido excluyente en cuyo caso el conectiva proposicional se simboliza por “Δ”, se llama disyunción exclusiva o fuerte, se escribe “p Δ q” se lee: p o q pero no ambos (Figueroa, 2016).

Tabla 5
La disyunción exclusiva

P	q	p Δ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Nota: Cuando las dos proposiciones son iguales, entonces el resultado será falso.
Fuente: Autoría propia.

2.5.5 La condicional.

Las proposiciones p y q, se denomina condicional o implicativa al resultado de unir p y q por el conectivo "si, … entonces" que se denota por el símbolo "→" , se escribe "p → q" y se lee "si p, entonces q", "p implica q", "p solo si" de donde p es el antecedente y q es consecuente (Figueroa, 2016, p.9).

Tabla 6
La disyunción exclusiva

P	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Nota: Será verdad cuando la segunda es verdadera

Fuente: Autoría propia.

2.5.6 La bicondicional.

Sean p y q donde que se forma la siguiente proposición que lo podemos escribir de la siguiente manera "p ↔ q", el conectivo ↔ denominado conectivo bicondicional o doble implicación. A esta proposición la llamamos proposición bicondicional (Figueroa, 2016).

"Dada dos proposiciones simples p y q, se denomina bicondicional, se denota "p ↔ q" y se lee p si y solo si" (Figueroa, 2016, p.12).

Tabla 7
La bicondicional

P	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Nota: Será verdadera cuando ambas son iguales. Fuente: Autoría propia.

Capítulo III

Leyes lógicas

Son aquellas equivalencias lógicas que nos permite simplificar un problema y expresarlo en forma más sencilla, si queremos demostrar se construye la tabla de verdad.

3.1 Tautología

"Se llama tautología a toda proposición simple o compuesta donde su valor es siempre VERDADERO esto será para cualquier combinación de valores de sus componentes" (Venero, 1991, p.9).

3.2 Contradicción

Etimológicamente se deriva del latín "contradictio" que significa acción y efecto de decir algo en contra.

3.3 Contingencia

Se deriva del latín contingencia, a un evento que es probable que ocurra pero del cual no se tienen la certeza de que vaya a ocurrir.

3.4 Leyes lógicas y tautologías

La proposición es una ley lógica siempre y cuando la explicación sea de manera formal y correcta para obtener una verdad lógica.

3.5 Ley de involución o doble negación

Negar una proposición dos veces equivale a una afirmación.

$$\sim (\sim p) \equiv p$$

Ejemplo:

$$\sim [\sim (p \vee q)] \equiv p \vee q$$

3.6 Ley de idempotencia

Significa igual valor; esto quiere decir que al hacer una o varias veces una acción se obtendrá el mismo resultado.

a) $p \vee p \equiv p$ **b)** $p \wedge p \equiv p$

Ejemplo:

$$(\sim p \wedge r) \vee (\sim p \wedge r) \equiv \sim p \wedge r$$

Ejemplo:

$$(p \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow r$$

3.7 Leyes conmutativas

Conmutar significa cambiar de lugar u orden es decir se conmutan.

$p \vee p \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$

Ejemplo:

$$p \vee (\sim q \wedge t) \equiv (\sim q \wedge t) \vee p$$

Ejemplo:

$$(\sim q \vee p) \wedge r \equiv r \wedge (\sim q \vee p)$$

3.8 Leyes asociativas

"Las leyes asociativas para la conjunción, disyunción y bicondicional establecen que si en un esquema hay más de una de las tres, con igual alcance, ellos pueden agruparse indistintamente" (Figueroa, 2016, p.36).

$$\mathbf{p \vee p \vee r \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)}$$

$$\mathbf{p \wedge p \wedge r \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)}$$

Ejemplo:

$$p \wedge \sim q \wedge \sim r \equiv (p \wedge \sim q) \wedge \sim r \equiv p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$$

3.9 Leyes distributivas

$$\mathbf{p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)}$$

Ejemplo:

$$s \wedge (\sim q \vee r) \equiv (s \wedge \sim q) \vee (s \wedge r)$$

3.10 Leyes de Morgan

Al negar una conjunción o disyunción de dos proposiciones obtendremos la negación de cada una de estas pero cambiando la conjunción por la disyunción y viceversa.

$$\mathbf{\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)}$$

$$\mathbf{\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)}$$

Ejemplo:

$$\sim (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge \sim (\sim q)$$

$$\sim (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge q$$

3.11 Ley condicional

$$\mathbf{p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$$

Ejemplo:

$$\sim p \rightarrow \sim q \equiv \sim(\sim p) \vee \sim q$$

$$\sim p \rightarrow \sim q \equiv p \vee \sim q$$

3.12 Ley bicondicional

$$\mathbf{p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)}$$

Ejemplo:

$$\sim p \leftrightarrow q \equiv (\sim p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

3.13 Leyes de absorción

Absorción total debemos obtener operadores diferentes

Ejemplo:

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Ejemplo:

$$\sim r \vee (\sim r \wedge p) \equiv \sim r$$

3.14 Absorción parcial

Ejemplo:

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

Ejemplo:

$$\sim p \wedge (p \vee q) \equiv \sim p \wedge q$$

3.15 Implicaciones notables

3.15.1 Ley del modus ponens.

Se toma dos premisas, una condicional y la otra una premisa cualquiera. Debemos verificar que la premisa cualquiera es igual al antecedente entonces resulta el mis o consecuente.

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \sim q$$

Su esquema clásico:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore \;\; q \end{array}$$

Ejemplo: “Si me hace calor, entonces me ducho”

“ Me hace calor”

Luego: “me ducho”

3.15.2 Ley del modus tollens.

Se toma una condicional y una premisa cualquiera, si la premisa cualquiera es la negación del consecuente, resulta entonces la negación del consecuente.

Forma simbólica:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

Su esquema clásico:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \;\; \sim p \end{array}$$

Ejemplo: “Si César Vallejos nació en Santiago de Chuco, entonces es norteño”

“César Vallejos no es norteño”

Luego: “César Vallejos no nació en Santiago de Chuco”

3.15.3 Ley del silogismo disyuntivo.

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q \qquad o \qquad [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

El esquema correspondiente:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore\ q \end{array} \quad \text{o} \quad \begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

Al negar a uno de los miembros de una premisa disyuntiva, se deduce en la afirmación del otro miembro.

Ejemplo: "Joaquín es mecánico o es médico"

"Joaquín es mecánico"

Luego: "Joaquín es médico"

3.15.4 Ley de la inferencia equivalente.

Si se determina que uno de los miembros de la premisa bicondicional es verdadera, entonces el otro miembro también es verdadero.

Se representa simbólicamente: $[(p \leftrightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ su esquema es:

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \\ p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

Ejemplo:

"Si x es múltiplo de 2, si solo si x es par"

"x es múltiplo de 2"

"x" es par

3.15.5 Ley del silogismo hipotético.

El consecuente es el miembro de lado derecho de una proposición condicional. El antecedente es del lado izquierdo de una proposición condicional.

Su esquema clásico:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore\ p \rightarrow r \end{array}$$

Ejemplo: “Si corro, entonces llego más temprano”

“Si llego más temprano, entonces acabaré más rápido mi trabajo”

Luego: “Si corro entonces acabaré más rápido mi trabajo”

3.15.6 Ley de la transitividad simétrica.

Esta ley se realiza cuando uno de los elemento se enlaza con otro y a la vez éste último con un tercero, diremos entonces que también el primero se relaciona con el tercero.

Se representa simbólicamente: $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$ Y su esquema es:

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \\ q \leftrightarrow r \\ \hline \therefore\ p \leftrightarrow r \end{array}$$

Ejemplo:

“Si tú eres más puntual que yo, y tu hermano es más puntual que tú, puedo decir que tu hermano es más puntual que yo”

3.16 Simplificación

Si existe una premisa que sea una conjunción es decir que nuestro operador principal sea una conjunción, se puede simplificar cualquiera de las partes o ambos pero en diferentes pasos.

Se representa simbólicamente: $(p \wedge q) \rightarrow p$ o $(p \wedge q) \rightarrow q$

Y su esquema es:

$$\frac{p \wedge q}{\therefore \; p} \qquad \text{o} \qquad \frac{p \wedge q}{\therefore \; q}$$

Ejemplo:

“3 es menor que 7 y 9 es múltiplo de 3, por lo tanto, 3 menor que 7”

3.17 Adición

A una premisa cualquiera, se puede adicionar lo que se necesita, pero con una disyunción

Se representa simbólicamente: $p \rightarrow (p \vee q)$ o $q \rightarrow (p \vee q)$

Y su esquema es:

$$\frac{p}{\therefore \; p \vee q} \qquad \text{o} \qquad \frac{q}{\therefore \; p \vee q}$$

Ejemplo: “Túpac Amaru II fue un caudillo indígena. Por lo tanto fue un caudillo indígena o fue un prócer de la independencia”

3.18 Ley del absurdo

Se simboliza por: $[p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow \sim p$ o $[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow p$

Su esquema es:

$$\frac{p \rightarrow (q \wedge \sim q)}{\therefore \; \sim p} \qquad \text{o} \qquad \frac{\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)}{\therefore \; p}$$

Capítulo IV

Equivalencia lógica

4.1 Definición

Dos fórmulas lógicas son equivalentes si las matrices resultantes de sus tablas de verdad de cada una de ellas son idénticas o que al unirse mediante la bicondicional su matriz final resulte una tautología

Ejemplo: $(p \Rightarrow q) \equiv [(\sim q) \Rightarrow (\sim p)]$

Tabla 8
Equivalencia lógica

p	q	p → q	~ q	→	~ p
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Nota: Muestra la equivalencia que hay resultante entre las dos proposiciones. Fuente: Autoría propia.

4.2 Demostración de la ley asociativa

Solo se puede aplicar cunado los conectivos lógicos son de conjunción o disyunción

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

Ejemplo:

$p \vee (\sim p \vee q)$

$(p \vee \sim p) \vee q$ propiedad asociativa

$V \vee q$ Leyes de negación

V Leyes de Identidad

4.3 Demostración de la ley distributiva

Solo se puede aplicar cunado los conectivos lógicos fuera del paréntesis es distinto al conectivo lógico dentro de paréntesis

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Ejemplo:

$p \wedge (q \vee \sim p)$

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim p)$ Ley distributiva

$(p \wedge q) \vee F$ Ley de Negación

$p \wedge q$ Ley de Identidad

Capítulo V

Inferencia lógica

5.1 Definición

Es la acción y efecto de deducir algo, obtener una consecuencia de otra cosa, que conlleva a un resultado.

Se puede inferir una conclusión a partir de hipótesis. Por ejemplo: “Cada vez que juega la selección, los alumnos faltan a clases: mi inferencia es que mañana no hay clases”

5.2 Inferencia lógica

Toda consecuencia puede ser llamada también inferencia lógica y toma la forma de: $(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k) \rightarrow q$ es una tautología donde $p_1 ; p_2 ; \ldots p_k$ (proposiciones), son denominadas premisas, y generan como consecuencia otra proposición denotada por “q” que es nuestra conclusión.

5.3 Validación de inferencias

Podemos tenar la validez de una proposición por tres métodos:

5.3.1 Validación de inferencia mediante su tabla de verdad.

Para validar una inferencia se puede hacer mediante el esquema de la inferencia o tabla de verdad.

Ejemplo:

Determine la validez de la inferencia si: “Si un triángulo es escaleno, entonces tiene tres lados distintos. Pero el triángulo tiene tres lados iguales, por lo tanto no es escaleno”

Solución:

Sean: p = “El triángulo es escaleno”

q = “El triángulo tiene tres lados distintos”

El esquema de la inferencia es:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}$$

Validamos mediante la tabla de verdad:

Tabla 9

Validación de la inferencia

p	Q	(p → q)	∧	(~ q)	→	~ p
V	V	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V
Pasos		1	3	2	5	4

Nota: Muestra la validación del ejemplo mencionado. Fuente: Autoría propia.

La inferencia es considerada válida, dado que el resultado de la tabla de verdad (5) es una Tautología.

Ejemplo:

P_1 : Si $\underbrace{\text{ganamos el partido}}_{p}$ $\underbrace{\text{iremos al mundial}}_{q}$. $p \to q$

P_2 : Iremos al mundial si hacemos goles. $r \rightarrow q$
q r

P_3 : No hicimos goles. $\sim r$
~r

q : Por lo tanto, no iremos al mundial $\sim q$
~q

$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) \rightarrow q$

$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge \sim r] \rightarrow \sim q$

Tabla 10

Validamos con tabla:

p	q	r	[(p	→	q)	∧	(r	→	q)	∧	~ r]	→	~ q
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	**V**	F
V	V	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V	**F**	F
V	F	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F	**V**	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	**V**	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	**V**	F
F	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	**F**	F
F	F	V	F	V	F	F	V	F	F	F	F	**V**	V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	**V**	V
	Pasos			1		3		2		5	4	7	6

Nota: Muestra en la columna 7 el resultado final, ahí encontramos verdaderos y falsos es una contingencia. Concluimos que la inferencia no es válida. Fuente: Autoría propia.

5.3.2 Validación de inferencia mediante el método abreviado.

En este tipo de método nos evita construir la tabla de verdad. En este método nos dice que podemos suponer la conjunción de premisas verdaderas y la conclusión falsa:

$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$

V V V V F

En la prueba se aplica los siguientes pasos:

a) Suponer que la conclusión es falsa

b) Suponer que todas las premisas son verdaderas.

c) Deducimos la validez de las variables en función de las reglas de verdad, pudiendo empezar por el operador de las premisas o por la conclusión que ofrece una sola posibilidad.

d) Si cada variable cumple con una sola función veritativas, diremos entonces se ha probado que la conjunción de premisas es verdadera y que la conclusión es falsa; por consiguiente, la inferencia no será válida (no existe la implicación).

e) Si una variable tiene dos valores de verdad y falsedad a la vez, quedará demostrado que no es posible que la conjunción de premisas sea verdadera y la conclusión falsa. Por lo que hay implicación y la inferencia será válida.

Ejemplo:

Si eres Director, eres maestro. “Si eres profesional eres maestro. Luego si eres Director, eres profesional”.

$p \rightarrow q$ 1ra premisa

$r \rightarrow q$ 2da premisa

$p \rightarrow r$ conclusión

Escribimos en forma horizontal:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

V V F V

V V V F

V F

F

$V_{(p)} = V$, $V_{(q)} = V$, $V_{(r)} = F$, las premisas son VERDADERAS pero la conclusión es FALSA.

Entonces el argumento es inválido.

Capítulo VI

Lógica cuantificacional

6.1 Función proposicional

Se le dice así al enunciado que tiene una variable cuya propiedad es de convertirse en verdadero o falso para cierto valor de la variable.

Ejemplo:

$P_{(x)}$: $x - 5 > 20$

$Q_{(x)}$: $x^2 = 81$

$R_{(x)}$: "x" es un número par

Como se puede observar, dependiendo del valor de la variable se podrá obtener diferentes resultados.

- Para: $x = 12$, $P_{(12)}$: $12 - 5 > 20$

  $P_{(12)}$: $7 > 20$ …… (F)

- Para: $x = 26$, $P_{(26)}$: $26 - 5 > 20$

  $P_{(26)}$: $21 > 20$ …… (V)

6.2 Cuantificadores universal y existencial

Al referirnos de cuantificadores con respecto a la lógica, teoría de conjuntos diremos que son los símbolos que determinan la cantidad de una proposición o los tipos de elementos que un conjunto dado y que cumplen con dicha propiedad.

6.2.1 Cuantificadores universales ($\forall_x$).

Es utilizado para afirmar que existe uno o más elementos en el conjunto A que cumple una condición o una propiedad determinada.

Sea p(x) una función lógica sobre un conjunto A. Entonces

$$\forall_x\, p(x) \quad \mathbf{o} \quad (\forall_x \in A)\, p(x)$$

Donde se lee: "Para todo x, p(x) o Para todo elemento x de A, p(x) es un enunciado verdadero"

Ejemplo:

$f_{(x)} = x^2 + 3 > 7$ donde $x \in \mathbb{N}$;

Proposición cuantificada

$\forall_x \in \mathbb{N};\ x^2 + 3 > 7$

$x = 1 \qquad 1^2 + 2 > 7$

$3 > 7$ FALSO

6.2.2 Cuantificador existencial ($\exists_x$).

Son utilizados para saber que existe exactamente un elemento en el conjunto A que cumple con una condición o propiedad determinada.

$$(\exists\, x \in A)\, p(x) \quad \mathbf{o} \quad \exists\, x\, p(x)$$

Donde se lee: "Existe un $x \in A$ tal que p(x) es un enunciado verdadero o, simplemente, "Para algún x, p(x)"

$$V_p = \{x \mid x \in A,\ p(x)\} \neq \emptyset$$

Por lo tanto:

Si: $\{x \mid p(x)\} \neq \emptyset$, entonces $\exists$ x p(x) es verdadero si $\{x \mid p(x)\} = \emptyset$, entonces

$\exists$ x p(x) es falso.

Ejemplo:

El enunciado $(\exists x \in N)(x + 2 < 5)$

Es verdadero porque $\{x / x + 2 < 5\} = \{1, 2\} = \emptyset$

6.3 Negación de proposiciones que contienen cuantificadores

Al negar una función proposicional con un cuantificador universal, equivale a la negación de esa misma función proposicional, precedida por el cuantificador existencial, y viceversa.

La negación de la proposición "Todos los números son primos" es "No es verdad que todos los números son primos"; es decir, existe al menos un número que no es primo. En forma simbólica entonces; P denota el conjunto de números primos, entonces las proposiciones se pueden escribir:

$\sim (\forall x \in P)$ (x es número primo) $\equiv (\exists x \in P)$ (x no es número primo)

Si representamos p(x) significa es "número primo" diremos entonces:

$$\sim (\forall x \in P)\ p(x) \equiv (\exists x \in P) \sim p(x) \qquad o \qquad \sim \forall x\ p(x) \equiv \exists x \sim p(x)$$

Ejemplo:

$$\sim (\forall x \in A)\ p(x) \equiv (\exists x \in A) \sim p(x)$$

Si negamos la proposición que contiene la existencial:

$$\sim (\exists x \in A)\ p(x) \equiv (\forall x \in A) \sim p(x)$$

Ejemplo: Algunos hombres son altos

$\exists$x: es los seres humanos

p(x): x es alto

$(\exists x \in A)\ p(x) \equiv\ (\forall x \in A)\ \sim p(x)$

Su negación:

$\sim (\exists x \in A)\ p(x) \equiv\ (\forall x \in A)\ \sim p(x)$

Se lee: todos los hombres no son altos o Ningún hombre es alto

Capítulo VII

Paradojas

7.1 Definición

Una paradoja, del latín *paradoxon* (que, a su vez, tiene su origen en la lengua griega), es llamada así a un hecho que parece contrario a los principios de la lógica.

Ejemplo:

"El Perú es un mendigo sentado en un banco de oro", "La bondad de sus actos solo terminó generando un gran mal"

7.2 Tipos de paradojas

7.2.1 Según su verdad.

Son resultados que aparentan tal vez de ser absurdo pese a que se puede demostrar su veracidad. A esta categoría pertenece la mayor parte de las paradojas.

Paradoja del hotel infinito: un hotel de infinitas habitaciones puede aceptar más huéspedes, incluso si está lleno.

7.2.2 Según su campo.

7.2.2.1 Paradoja en matemáticas lógica.

En este campo hay diversas formas de demostrar una contradicción matemáticamente. Pese a que las demostraciones son erróneas, los errores son sutiles y muchas veces intencionadas.

Una de las demostraciones más conocidas es de demostrar que 2 = 1

Sean a y b dos cantidades iguales:

$a = b$

$a^2 = ab$

$a^2 - b^2 = ab - b^2$

$(a - b)\,(a + b) = b\,(a - b)$

$\cancel{(a - b)}\,(a + b) = b\,\cancel{(a - b)}$

$(a + b) = b$

$b + b = b$

$2b = b$

$2 = 1$

7.2.2.2 Paradojas sobre la probabilidad y estadística.

Paradoja del cumpleaños: ¿Cuál es la posibilidad que dos personas reunidas cumplan años el mismo día?

7.2.2.3 Paradoja sobre el infinito.

Paradoja de Galileo: Algunos tienen la propiedad de ser un cuadrado perfecto (esto es el cuadrado de un entero desde ahora llamamos simplemente cuadrado), mientras que otros no la tienen.

7.2.2.4 Paradoja en física.

Paradoja De Fermi: Nos refiere que hay una gran posibilidad de vida extraterrestre fuera de la tierra, pero la poca o nada evidencia de esta. ¿Dónde están?

Paradoja de Olbers: En esta paradoja se cuestiona ¿Por qué, si hay infinitas estrellas, el cielo es negro?

7.2.2.5 Paradojas bíblicas y religiosas

Paradoja religiosa: Si alguno quiere venir en pos de mí, niéguese a sí mismo y tome su cruz, y sígame. Porque todo el que quiere salvar su vida, la perderá, y todo el que pierda su vida por causa de mí, la hallará. (Mateo16:24).

Capítulo VIII

Métodos de demostración de teoremas

8.1 Métodos de demostración

Demostración: Esta clase de razonamiento es finito donde cada paso está justificado por los pasos anteriores, reglas de d educción y teoremas que ya han sido demostrados.

Las posiciones a demostrar son teoremas y se componen de dos partes principales: hipótesis y tesis, que estarán enlazadas por una implicación.

En matemática tenemos dos maneras para demostrar alguna proposición, la directa y la indirecta.

8.2 Método directo

Al desarrollar la tabla de verdad de la implicación extraemos un juicio, que si p es falso, la proposición $p \rightarrow q$ es válida, independientemente del valor de verdad que puede tomar q, entonces no es necesario demostrar. Luego, interesan los casos de antecedente verdadero.

Dado el conjunto de premisas de la forma:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

Dónde:

p_1 ; p_2 ; p_3 ; …; p_n, son las premisas que junto a los distintos axiomas y teoremas ya probados nos tiene que llevar a la conclusión q.

Ejemplo: demostrar que

Se debe considerar los siguientes pasos:

1. Tomar la hipótesis como validas
2. A partir de pasos lógicos y usando las leyes de inferencia, llegar a la tesis.

Ejemplo:

El producto de dos números pares es par.

Hipótesis: Dos números son pares

Tesis: su producto es par.

Demostrando:

a y b son pares

a = 2c ; b = 2d

multiplicando:

a.b = (2c) (2d)

a.b = 4cd

$a.\underbrace{b = 2}_{\text{par}}(2cd)$ si es verdad es una tautología.

Ejemplo: La suma de tres números naturales consecutivos cualesquiera siempre es divisible por tres.

Hipótesis: $n \in N$

Tesis: $n + (n+1) + (n+2)$ es divisible por 3

Demostración:

1. $n \in N$ hipótesis

2. $(n + 1) \in N$ Si $k \in N \Rightarrow 3k$ es divisible por 3

3. $3(n + 1) = 3n + 3$ propiedad distributiva de la multiplicación

4. $3n + 3$ es divisible por 3 $3n+ 3 = n + n + n + 1 + 2$

5. $n + (n+1) + (n + 2)$ es divisible por 3. Tesis. Es válida (tautología)

8.3 Método indirecto

Suele ser llamado también demostración por contracción o por reducción al absurdo. En esta clase de demostración indirecta usamos un enunciado o inferencias lógicas válidas que tienen la forma:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

Probamos: $\sim q \rightarrow \sim (p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n)$

Ejemplo:

n^2 impar $\Rightarrow$ **n impar**

Demostración:

1. $\sim$ (n impar) $\Rightarrow \sim$ (n impar) equivalencia contradictoria
2. n par $\Rightarrow n^2$ par
3. $n = 2k$
4. $n^2 = (2k)^2$
5. $n^2 = 4k^2$
6. $n^2 = 2\,(2k^2\,)$

Ejemplo: Demostrar que: $8 > 5$

Sea p: $8 > 5$

Se va demostrar que p es verdadera

1. Asumimos que $8 = 5$, o sea $\sim p$

2. $8 - 5 = 3$ (q)
3. Pero $8 - 5 > 0$ o sea no es 3 (~q)
4. $q \wedge \sim q$ de (2) y (1)
5. $\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)$ de (1) y (4)
6. $[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow p$ ley del absurdo
7. Aplicando el Modus Tollens a 5 y 6 se tiene que p es verdadera

8.4 Método de reducción al absurdo

La ley de reducción al absurdo nos dice que:

$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n \rightarrow q) \equiv (p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n \rightarrow F$

Luego si al agregar a las premisas la negación de la conclusión se obtiene como consecuencia la lógica, una contradicción entonces l inferencia es válida. La contradicción que aparece es de la forma $q \wedge \sim q$

Ejemplo:

Demostrar que si el producto “ab” de dos enteros es par, entonces o b es par o a es par Hipótesis: el producto “ab” de dos enteros es par

Tesis: b es par o a es par

1. b no es par y a no es par $b = 2n + 1$

$a = 2m + 1$

2. a.b es par $ab = 2k$
3. $a.b = (2n + 1)(2m + 1)$

$a.b = 4mn + 2n + 2m + 1$

$a.b = 2(2mn + n + m) + 1$

a.b es impar (es absurdo)

Ejemplo:

Demostrar que $[(p \wedge q) \wedge \sim p] \rightarrow p$; es verdadero

Hipótesis: $(p \wedge q) \wedge \sim p$

Tesis: p

1.	$\sim p$	negamos p (por reducción)
2.	$(p \vee q) \wedge \sim p$	hipótesis
3.	$p \vee q$	simplificación
4.	$\sim q$	
5.	q	eliminación de una falsa
		es un absurdo

8.5 Contraejemplos

Por teorema $\sim \forall x, p(x) \equiv \exists x \sim p(x)$. Al demostrar que un enunciado $\forall x, p(x)$ es falso, es lo mismo demostrar que $\exists x \sim p(x)$ es verdadero, esto es, que existe un elemento x_0 tal que $p(x_0)$ es falso.

Ejemplo:

$\forall x \in R;\ x^2 \leq 0$ es Falso

Si: $x = 1$

$\forall x \in R;\ Sen^2 x + Cos^2 x = 2$ es Falso

Si: $x = 0$

$Sen\ x = 0$

$Cos\ x = 1$

Entonces no es verdad para todo x

8.6 Método inductivo

> La palabra inducción proviene del latín “inductivo” (“in”, en y ducere: conducir), que es la acción y efecto de inducir. Es definido como un modo de razonar que es consiste en sacar los hechos particulares a una conclusión general (“Lumbreras editores”, 2005, p.100).

Este método de razonamiento consiste en obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares.

Tipos de razonamiento inductivo:

Completo: En este caso como la conclusión no aporta demasiada información solo lo que nos da la premisa, diremos entonces que es este se acerca a un razonamiento deductivo.

Incompleto: La conclusión va más allá de los datos que dan las premisas. A mayor datos mayor probabilidad. La verdad de las premisas no garantiza la verdad de la conclusión (Cardenas, 2017).

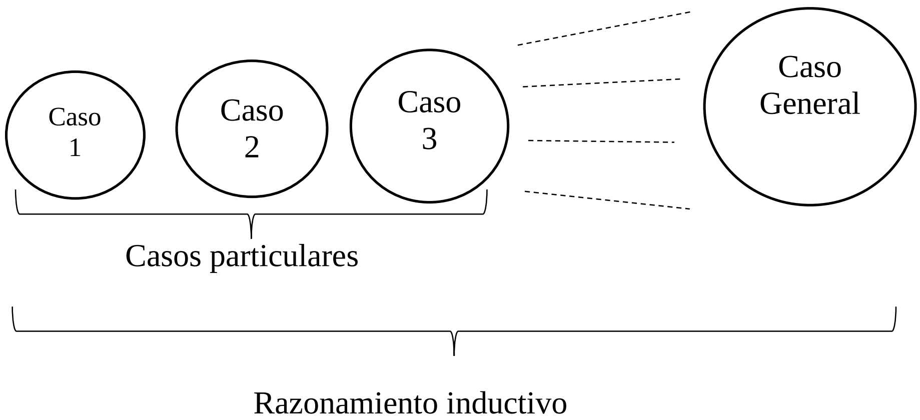

Figura 1. Representa la idea de razonar por inducción. Fuente: Lumbreras, 2005.

Ejemplo:

Determinar la suma de cifras del resultado de: $\left(\underbrace{1111\ldots11}_{50\ cifas}\right)^2$

Resolución:

Casos 1: $1^2 = 1$ $\rightarrow 1 = 1^2$

Casos 2: $11^2 = 121$ $\rightarrow 4 = 2^2$

Casos 3: $111^2 = 12321$ $\rightarrow 9 = 3^3$

Casos 50: $\rightarrow$ 2 500 $= 50^2$

Demostración por inducción

Si n $\in Z^+$; $2^{4n} - 1$ es divisible por 15

Consta de tres pasos:

I) Probar la base inductiva: n = 1

$2^{4(1)} - 1$

$16 - 1$

15 es divisibles por 15

II) Paso inductivo

Hipótesis n = K $2^{4(k)} - 1$ es divisible por 15

III) Demostrar la igualdad

n = k + 1 $2^{4(k+1)} - 1$ es divisible por 15

$2^{4k+4} - 1$

$2^{4k} . 2^4 - 1$

$16^k . 16 - 1$

$16^{k} . 16 - 16 + 15$

$16 (16^{k} – 1) + 15$

$16 \underbrace{(24k - 1)}_{\substack{divisble \\ por\ 15}} +15$ l .q . q. d

Capítulo IX

Método axiomático

9.1 Definición

Se llama método axiomático al proceso que asocia diversos conceptos mediante propiedades y conexiones que hay entre ellos.

Nos dicen que el significado de axioma son verdades incuestionables que son consideradas universalmente válidas y evidentes, que son muchas veces usadas de manera prioritaria en la elaboración de la teoría o como base para una argumentación.

Los axiomas más relevantes en las matemáticas y la física son los principios Euclides en la Geometría, en aritmética, los axiomas de Peano y como no las Leyes de Newton en Mecánica clásica y los postulados de Einstein en la Teoría de la Relatividad. Y por último, el método axiomático moderno, cuyo exponente fue David Hilbert.

Los sistemas axiomáticos tienen un papel muy importante en las ciencias exactas, sobre todo en matemáticas, en la física (termodinámica, mecánica), la química y la biología.

Sin necesidad de demostración los griegos tomaban ciertos hechos como axiomas. Por otro lado Euclides presenta cinco axiomas para la geometría:

1. Si tenemos dos puntos en el plano, entonces existe una recta que los une.

2. Todo segmento se puede prolongado de manera continua en una recta infinita.
3. Los ángulos rectos son todos iguales.
4. Se puede trazar una circunferencia que posea un centro en cualquier punto y un radio cualquiera.
5. Tomando cualquier línea recta y cualquier punto que no se encuentre en ella, existe una línea recta paralela a aquella y que contiene a ese punto. Este axioma es conocido, después, como el axioma de las paralelas y ha sido enunciado también como: por un punto exterior a una recta se puede trazar una única paralela.

9.2 Método axiomático formal

Lo inicia David Hubert y lo culmina David Hilbert, este formaliza el lenguaje científico. En "*Los fundamentos de la geometría*" explica esta metodología. Aquí la geometría de convierte en una ciencia de consecuencias lógicas puras, que se extraen de un sistema de hipótesis o axiomas.

Ejemplo:

Teorema de Euclides, los catetos y la altura:

No dice que cuando se traza la altura con respecto a la hipotenusa dentro de un triángulo rectángulo aparecen dos triángulos más del original. Dichos triángulos son semejantes entre sí y a la vez semejantes con el triángulo original. Esto supone que sus lados respectivos homólogos son proporcionales.

Aplicación didáctica

Importancia de la lógica

La lógica ha estado con nosotros desde hace muchísimo tiempo, ha ayudado a la perfección del ser humano con el transcurso de la evolución. Con la lógica el hombre infiere, deduce, razona, lo hace para mejorar cada día.

Dado la importancia de la lógica hoy en día se les enseña en los colegios parte de este capítulo con la finalidad de ayudar a que el alumno pueda conocer las reglas que asume el proceso de pensamiento que refleja su realidad. De la misma forma pueda darle la importancia de la lógica mediante las demostraciones matemáticas.

Debemos desarrollar las distintas formas de pensamiento en el aprendizaje de las matemáticas basándonos en la construcción de nociones lógicas. Cuando un niño trata de encontrar una solución a los problemas de la vida diaria, surge el conocimiento; es allí donde el docente pueda estimular al niño para así descubrir un conocimiento lógico a través de su reflexión, de esa forma tener un aprendizaje de las matemáticas más adecuada.

El razonamiento lógico es la capacidad de observación, entendimiento y saber cómo utilizarlos, los niños van desarrollando esta capacidad poco a poco a medida que van intercambiando juegos y la interacción con los demás y el medio que los rodea.

Para lograr competencias del razonamiento lógico matemático, se debe tener en cuenta algunos detalles entre ellos uso de juegos que motive a los niños a su aprendizaje en al área de las matemáticas.

Entre estos juegos que nos ayuda a fortalecer nuestro razonamiento lógico tenemos el sudoku, los bloque lógicos, el cubo de Rubi y la torre de Hanoi.

Aplicación de la torre de Hanoi en la época escolar

La torre de Hanoi está formado por discos que tienen radios de distintos tamaños colocados en un tablero de tres varillas. Consiste en colocar un grupo discos en el menor número de pasos, teniendo presente lo siguiente:

1. Solo se puede mover un disco a la vez.
2. No puede haber nunca un disco de mayor tamaño sobre otro de menor tamaño.

Este tipo de juegos son desarrollados gradualmente en los estudiantes desde nivel inicial, pasando por primaria continuando en secundaria y claro también se puede aplicar en la educación superior.

3. Solo se puede desplazar el disco que se encuentra arriba de cada grupo de varilla.

Figura 2. Torre se Haoni. Fuente: https//www.juegos –mentales.com

.

a) **Identificación de objetos y de proposiciones:** se identifica cada pieza de madera mediante sus características, de esta manera se crean proposiciones, el estudiante da ejemplos de proposición.

Ejemplo: Mostramos cada pieza del juego, ¿qué tamaño tiene a comparación del resto?, ¿de qué color es?, ¿cuál es el lugar que le corresponde? y sobre todo ¿Cuál es su posición? . A través de lluvia de ideas recogemos sus respuestas.

- “La mayor de todos es una de las verdes”

- "La más pequeña es la dorada"
- "La mediana es la azul"
- "Uno de los verdes va primero"

b) Operaciones proposicionales:

- Se forman dos equipos de los cuales se escoge de dos en dos, de tal manera que cada uno en forma alternada pueda dar solución al problema; en cada movimiento el alumno dirá si es verdadero o falso, si el movimiento implica o condiciona al otro equipo.

Plan de sesión de aprendizaje de matemática

I.E.P **:** “Apóstol Santiago”

Grado **:** 3º de secundaria

Profesor **:** Luis Castillo Rojas

I. Título de la sesión
“Fortaleciendo nuestro razonamiento lógico”

II. Propósito del aprendizaje		
Competencia	**Capacidad**	**Desempeños**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Comunica y resuelve ideas matemáticamente	Emplea estrategias utilizando proposiciones para luego completar toda la tabla de verdad paras determinar así el valor de verdad del esquema. Conociendo si es o no tautología.
Enfoque transversal	**Conductas observadas**	
Enfoque búsqueda de la excelencia	✓ Docentes y estudiantes demuestran plantean soluciones en relación y buscando la excelencia. ✓ Los docentes y estudiantes intercambian ideas para juntos construir consensos sobre las normas de convivencia en el aula y fuera de ellos buscando siempre la excelencia.	

III. Tiempo de la sesión de aprendizaje / recursos y organización		
Tiempo	**Recursos / materiales**	**Organización**
3 horas (135 min)	✓ Fichas de actividades Plumones ✓ Proyector Trípticos ✓ Fotocopias	Los estudiantes desarrollarán la actividad en forma grupal.

IV. Secuencia didáctica
Inicio 15 min El docente da la bienvenida a los alumnos dándoles los consejos previos. Luego pasa a presentar una lectura de la “EL DESARROLLO DE LA LÓGICA EN EL SER HUMANO” Los estudiantes leen el titular, observan las imágenes, y contestan las preguntas: ¿Qué sucedió con el hombre de las cavernas? ¿Cómo hacían para comunicarse? ¿De qué manera empezó a contar? ✓ El docente dialoga con los estudiantes sobre el propósito de la sesión despertando el interés de los estudiantes. ✓ El docente presenta una lectura sobre “La lógica” El docente dialoga con los alumnos, registra sus saberes previos presenta la situación significativa de la Unidad Didáctica indicándoles el reto a lograr al termino (producto).

El Docente comunica el propósito de la sesión hoy explicaremos que significa la palabra TAUTOLOGIA, recordándoles la norma de convivencia y resaltando el enfoque.

Desarrollo (105 min.)

El docente invita a los estudiantes que se formen de dos grupos y presenta mediante el proyector diferentes gráficos donde cada alumno deberá decir la situación. Mediante frases, oraciones, enunciados etc.

Una vez reconocido lo que es un enunciado y proposición pasamos a simbolizarlos y pasamos a formar las tablas de la conjunción, disyunción, condicional, doble condicional.

Luego el docente desarrollara conjuntamente con los estudiantes una proposición que nos llevará a conocer lo que es una Tautología.

Cierre (15 minutos)

Los estudiantes socializan el término Tautología, contradicción y contingencia, el docente elabora conclusiones de los estudiantes, establece algunas ideas fuerza y los estudiantes reflexionan sobre su aprendizaje expresándolo a través de sus experiencias y razones. Los estudiantes establecen compromisos en el aula para una mejora en sus estudios y su conducta para luego el docente registrar los logros de aprendizaje alcanzado.

V. Evaluación			
Competencia	**Desempeño**	**Evidencia de aprendizaje**	**Instrumento**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Emplea estrategias utilizando proposiciones para luego completar toda la tabla de verdad paras determinar así el valor de verdad del esquema. Conociendo si es o no tautología.	Elabora un tríptico donde intervienen todas tablas que le ayuden a resolver los problemas planteados por el docente. Y se esfuerza para mejorar.	Lista de cotejo

Síntesis

Lógica: Está considerada como una ciencia formal que se encarga de estudiar los principios y procesos válidos del razonamiento humano.

Proposición: Es el acto por medio del cual se expresa algo que consideramos o pensamos. Este término se puede aplicar a diversas áreas como la filosofía, la gramática, la lógica, la matemática o como no el derecho.

Operaciones con proporciones:

- La conjunción: $p \wedge q$
- La disyunción: $p \vee q$
- La disyunción exclusiva: $p \Delta q$
- La condicional: $p \rightarrow q$
- La bicondicional: $p \leftrightarrow q$
- La negación: $\sim p$

Tautología: este término hace referencia a la repetición de un mismo pensamiento a través de distintas expresiones.

Contradicción: Etimológicamente se deriva del latín "contradictio" que significa acción y efecto de decir algo en contra.

Leyes Lógicas:

Ley de Morgan

a) $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

b) $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

Ley condicional

a) $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

b) $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Ley de absorción

a) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

b) $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

c) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

d) $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$

Ley del tercio excluido

$p \vee \sim p$

Ley del absurdo:

$[p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow \sim p$

$[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow p$

Implicación lógica: A implica B, si y solamente si A $\rightarrow$ B es una tautología (A$\rightarrow$ B)

Equivalencia lógica: A es equivalente a B, si y solo si A $\leftrightarrow$ B es una tautología

Inferencia lógica: Se denomina inferencia lógica o argumento lógico a toda condicional, donde las proposiciones son llamadas premisas y originan otra proposición llamada conclusión .

Apreciación crítica y sugerencia

Ahora que está claro que la lógica puede determinar cuándo un razonamiento es contradictorio o no, es posible corregir las decisiones que se puede tomar para mejorar nuestro ámbito no solo en el campo de las matemáticas; sino también en la vida diaria. Muchos son los beneficios que se tiene hoy en día al aplicar la lógica en las empresas porque anticipa al conflicto que se puede tener, en la medicina, en la política y otras profesiones.

Dada la importancia de Lógica, el ministerio de educación ha dispuesto ya hace años la enseñanza de este tema. Porque sabe que ayuda a los estudiantes a tomar mejores decisiones haciendo uso de su razonamiento, de esta manera el educando debe estar preparados para el ámbito laboral, político y como no para el fútbol.

Aunque vale aclarar que en la secundaria se dicta de manera superficial ya sea por tiempo o la poca importancia que le dan, sin embargo no por esto debemos dejar de desarrollar en nuestros alumnos la capacidad del análisis, reflexión, ayudarlos a que sea capaz de reconocer una falacia y reconocer argumentos válidos.

Conclusiones

Al elaborar de este trabajo me dio la oportunidad de ampliar más mis ideas concebidas hasta ese momento. A continuación, expongo algunas de las conclusiones que constituye el resultado de este trabajo.

- Se reconoce a la lógica como un proceso imprescindible en las demostraciones matemáticas.
- La resolución adecuada de proposiciones compuestas utilizando los conectivos lógicos.
- Desarrollar la capacidad de pensar mediante el empleo de proposiciones, conectivas lógicas y cuantificadores.
- En este trabajo sea obtenido conocimiento del tema, sin embargo no lo suficiente ya que este es demasiado amplió, sin embargo nos dio la iniciativa para seguir desarrollándolo con los estudiantes.
- Estoy convencido que la lógica y el conocimiento hoy en día se aplica en diferentes áreas, seas sociales o científicas.

Referencias

Editorial Lumbreras. *Análisis de números y sus aplicaciones*. Segunda edición. Lima 2 006

Figueroa García, Ricardo. (2 016) *Matemática Básica I*. Lima, Perú: Ediciones "América" R.G.M. Cuarta Edición.

Instituto de ciencias y humanidades. (2 005) *Razonamiento matemático, Propedéutica para las ciencias*. Lima, Perú: Ediciones "Lumbreras".

Jesús Armando Venero Baldeón. (1 991) *Matemática básica*. Lima, Perú: Ediciones GEMAR.